第 44 卷　第 3 期
2026 年 9 月

天　文　学　进　展
PROGRESS IN ASTRONOMY

Vol. 44, No. 3
Sept., 2026

doi: 10.3969/j.issn.1000-8349.2026.03.07

利用边界反射的环形结构粒子群算法搜索透镜化引力波信号

张　萌[1]，于维清[1]，郭　潇[2,3]

(1. 曲阜师范大学 网络空间安全学院，曲阜 273165；　2. 河南省科学院 引力波天文研究所，郑州 450046；
3. 中国科学院大学杭州高等研究院 基础物理与数学科学学院，杭州 310024)

摘要： 针对传统贝叶斯推断计算成本高的问题，引入具有边界反射机制的环形拓扑结构粒子群算法（ring topology particle swarm optimization with boundary reflection, RT-PSO-BR）进行透镜化引力波数据分析。基于双黑洞并合引力波信号的模拟数据，实现了透镜化引力波模型六维参数（r, M_c, t_c, ϕ_c, I, Δt）的高效估计；实验结果表明，RT-PSO-BR 与嵌套采样（Bilby dynesty）参数估计精度一致，运行所需时间缩短了 30% 以上。进一步结合 RT-PSO-BR 与 Bilby dynesty 的优化策略，可实现高精度参数估计并规避局部最优，总计算时间再减少约 10%。

关键词： 引力波；透镜化引力波；粒子群算法；引力透镜

中图分类号： P142.8^{+4}　**文献标识码：** A

1　引　言

2015 年，激光干涉引力波天文台（Laser Interferometer Gravitational-wave Observatory, LIGO）首次成功探测到引力波信号 GW150914[1]，这一引力波事件不仅验证了爱因斯坦广义相对论中关于引力波存在的预言，同时为宇宙学、天文学研究提供了新的观测手段[2, 3]。LIGO-VIRGO-KAGRA（LVK）探测器网络在前三次观测运行中已经报告了 93 例引力波事件[4]。随着探测器灵敏度的持续提升，以及爱因斯坦望远镜（Einstein Telescope）和宇宙探索者（Cosmic Explorer, CE）等项目计划的实施[5, 6]，引力波事件的探测率预计将会显著增加。

引力透镜效应是爱因斯坦广义相对论的另一重要预言[7]，当引力波信号在传播过程中经过大质量天体时，会产生引力透镜效应，发生路径偏折和振幅放大，从而形成多重成像与振幅调制等现象[4, 8, 9]。这些多重像会以不同的时间延迟到达探测器，具有不同的放大倍数和成像特征[10]。

收稿日期： 2025-08-22；　**修回日期：** 2025-10-22

资助项目： 山东省自然科学基金 (ZR2024QA219)；国家自然科学基金 (12503001)；中国博士后创新人才支持计划 (BX20230104)

通讯作者： 郭潇, guoxiao17@mails.ucas.ac.cn

当透镜模型满足多重成像条件时，同一引力波信号将沿多条光锥路径依次抵达探测器，表现为时间序列上的重复事件。其相对时延取决于透镜的质量分布以及不同像的光程差异，典型时延从数分钟延伸至数月，极端情形下可达数年，这就是强引力透镜现象[9]。而在微引力透镜效应下，透镜效应所造成的时间延迟与引力波的周期相同，通常体现为放大信号以及波形叠加效应[11]。

透镜化引力波信号为探测宇宙中难以直接观测的天体提供了有效途径，例如中等质量黑洞[12–14]、暗物质[15, 16]等。此外，透镜化引力波的探测还可以为宇宙学模型的检验提供更为精确的测量手段[7, 17–19]。研究人员对 LIGO-Virgo 网络第三次观测运行 O3 的完整数据进行了系统性的透镜化引力波信号搜索[20, 21]。相关研究表明，在具备适当的条件以及足够的透镜模板的情况下，当前一代引力波探测器有望成功观测到透镜化引力波事件[22]。对透镜化引力波进行参数探测时，通常使用匹配滤波法寻找最佳匹配参数。由于引力波信号的参数较多，而透镜化引力波比未透镜引力波信号还要多至少两个参数，且透镜的模型往往是未知的，使透镜化引力波的匹配滤波变得异常困难。在数据分析过程中，还需要加入额外的透镜识别环节，以此来辨别当前信号是否为透镜化引力波。基于以上两方面原因，透镜化引力波信号探测成为一个极具挑战的难题。

匹配滤波（matched filtering）技术通过将观测数据与理论波形模板进行匹配来获取波形特征和参数估计结果[22–27]，其在引力波参数估计中发挥了核心作用[28]。匹配滤波的优势在于能够在噪声环境下有效提取引力波信号，通过观测数据与理论波形之间的匹配，在频域中利用探测器的噪声功率谱密度（power spectral density, PSD）进行加权计算[29]，实现信噪比最大化，从而提高引力波事件的探测率[20, 30–33]。近年来，随着机器学习的快速发展，也有学者将匹配滤波技术与机器学习方法融合，并取得了一定的成果[34–36]。

在引力波数据分析早期，由于参数空间维数较低，网格搜索因其可行、可控、可解释的优势成为当时最好的搜索策略。随后因维度灾难问题和资源浪费，网格搜索被马尔可夫链蒙特卡洛（Markov Chain Monte Carlo, MCMC）取代[37]。LIGO 科学合作组将 MCMC 集成到了 `LALInference` 软件包并用于 GW150914 等引力波事件的数据分析[38, 39]。目前，LIGO-Virgo 科学合作组已广泛采用 MCMC 等贝叶斯方法从探测器噪声中识别出大量的引力波信号源，如 GW190814 事件等[40]。然而，MCMC 在高维参数空间上仍然面临计算代价高昂的问题，主要表现为需要大量的计算资源进行似然函数评估才能充分探索参数空间并确保收敛，这使分析过程在计算上代价非常昂贵；更重要的是，MCMC 的计算成本随着搜索空间维度的增长而恶化，甚至会遭遇维度灾难，严重限制其在高维度参数估计问题中的应用。Bilby dynesty 嵌套采样方法一定程度上解决了以上问题，该方法能够同时提供参数估计和贝叶斯证据计算，无需预热期即可直接从先验分布开始采样，通过不断压缩先验体积的方式逐步逼近后验分布的高概率区域，能够更好地识别并量化多峰后验分布，可以有效处理引力波数据分析中常见的参数简并问题。值得注意的是，尽管 Bilby dynesty 在处理复杂后验结构方面有优势，但计算复杂度仍随着维度增长而增加，在高维问题中，计算成本仍然是不可忽略的因素。

粒子群算法（particle swarm optimization, PSO）[41]是一种基于群体智能的全局最优化算法，

其无需梯度信息的全局搜索特性，能够有效规避在复杂多模态参数空间中易陷入局部最优的困境。通过粒子间的协作与信息交互，PSO 能快速收敛至信号参数的全局最优解区域。PSO 每次运行相互独立且具有并行性，可以并行化执行多次独立运行，显著降低计算资源消耗和时间成本，PSO 已被广泛应用于引力波信号的搜索。Wang 和 Mohanty[42]在 2010 年首次系统性地研究了粒子群算法在引力波数据分析中的应用；Normandin 等人[43]于 2018 年将 PSO 搜索扩展到第二代探测器网络，使用局部最优粒子群优化变体，实现了致密双星合并引力波搜索的优化和改进。2020 年，Normandin 与 Mohanty[44]对局部最优粒子群算法进一步优化，提出了接近实时计算速度的实现方案，实现了对四个第二代探测器网络 60 min 数据的准实时处理。Wu 等人总结了 Mohanty 引力波数据分析处理的方法，形成了一个综合指南。近年来，粒子群搜索引力波信号的研究进程仍在继续。Gao 等人[45]于 2024 年提出了创新的局部最大值粒子群优化算法，用于同时搜索多目标银河系双星引力波[46]。同年，Zou 等人[47]首次将 PSO 应用于最具挑战性的极端质量比旋进（extreme mass ratio inspiral, EMRI）搜索问题。

本文参考 Mohanty①局部最优粒子群优化算法[43]以及 Wang 等人②对粒子群算法的研究，对其进行改进，使用边界反射机制的环形拓扑结构粒子群算法（ring topology particle swarm optimization with boundary reflection, RT-PSO-BR）进行实验，并首次将其应用到透镜化引力波信号的搜索中。本文中将 Mohanty 所使用的粒子群算法标记为 PSO_M，本研究所使用粒子群算法标记为 RT-PSO-BR。在研究中，将典型贝叶斯推断方法 Bilby dynesty 作为对比方法，通过对比 RT-PSO-BR 与 Bilby dynesty 两种方法分别在未透镜引力波信号与透镜化引力波信号中进行搜索的结果，我们验证了 RT-PSO-BR 在透镜化引力波搜索的可行性，并给出了具体的使用范围和优化方向。通过对两种方法实验结果的分析，进一步提出了一种 RT-PSO-BR 与 Bilby dynesty 方法相结合的方式进行数据分析。结果表明，RT-PSO-BR 能够有效地进行参数的点估计。RT-PSO-BR 与 Bilby dynesty 相结合能够避免两种算法的局限性，同时实现互补，不仅提高了算法的鲁棒性，在保证参数估计精确性的同时减少了收敛所需的时间。

本文结构如下。第 2 章详细介绍 RT-PSO-BR 以及一些信号处理的方法。第 3 章介绍如何生成实验数据。第 4 章介绍 RT-PSO-BR 与 Bilby dynesty 的对比结果。第 5 章介绍 RT-PSO-BR 与 Bilby dynesty 结合优化策略的方法。第 6 章总结本文的主要结果并提出研究计划。

2 方 法

2.1 RT-PSO-BR 理论

PSO 是一种基于群体智能的优化算法，其通过模拟鸟群觅食等生物群体行为寻找最佳适配值，凭借其操作流程简单、参数简单、收敛效果好等优点在机械工程[48]、医学[49]以及人工智能[50–52]等领域都有广泛应用。

①https://github.com/mohanty-sd/SDMBIGDAT19

②https://github.com/iphysresearch/PSO_python_demo

PSO 算法的核心在于其速度更新方程和位移更新方程。速度更新方程为：

$$v_i^{t+1} = w \times v_i^t + c_1 \times r_1 \times (p_i - x_i^t) + c_2 \times r_2 \times (g - x_i^t), \tag{1}$$

位移更新方程为：

$$x_i^{t+1} = x_i^t + v_i^{t+1}, \tag{2}$$

其中，v_i^t 表示粒子 i 在第 t 次迭代的速度，w 是惯性权重，c_1 和 c_2 分别是认知学习因子和社会学习因子，r_1 和 r_2 是 $[0,1]$ 区间内的随机数，p_i 是粒子 i 历史最佳位置，g 是全局最佳位置，x_i^t 是粒子 i 在第 t 次迭代的当前位置。

如式(1)所示，粒子群算法的核心思想是通过粒子群的协同搜索来寻找全局最优解，每个粒子代表空间中的一个候选解，通过速度和位置更新来调整粒子运动轨迹。速度更新机制主要包含三个部分：惯性系数 w、认知项 c_1 和社会项 c_2。惯性系数 w 决定了粒子多大程度上保留上一时刻的速度，c_1 和 c_2 分别引导粒子向自身历史最优位置和群体历史最优位置移动。PSO 算法虽然不能严格保证每次搜索都收敛到适应度函数的全局最优解，但可以通过多次独立运行取最优的方法寻找全局最优解，且与其他随机优化算法类似，需要通过对其参数进行调整才能在给出的适应度函数中取得一个良好的结果。大量的研究表明，PSO 的大多数参数都可以在广泛的适应度函数范围内设置为近似初始值[53]。尽管 PSO 算法已经在多领域都取得了良好的效果，但对于引力波信号的参数估计这类多模态问题，传统的 PSO 算法容易出现过早收敛和局部最优的问题[42]。针对这些局限性，本文使用环形结构的粒子群算法进行分析与实验，采用参数固定如下：$c_1 = c_2 = 2.0, w_{\max} = 0.9, w_{\min} = 0.4, v_{\max} = 0.5$, 邻域粒子数量为 4。

RT-PSO-BR 以 Mohanty 的环形拓扑结构 $\mathrm{PSO_M}$ 为整体架构，并在此基础上进行改进。传统 PSO 采用全局拓扑结构，所有粒子共享唯一的全局最优信息，容易导致早熟收敛。而 $\mathrm{PSO_M}$ 采用环形拓扑结构，每个粒子与相邻的有限个粒子进行信息交流，这种渐进式的信息传播方式有效保持种群的多样性[54]。$\mathrm{PSO_M}$ 的速度更新方程为：

$$v_i^{t+1} = w \times v_i^t + c_1 \times r_1 \times (p_i - x_i^t) + c_2 \times r_2 \times (l_i - x_i^t), \tag{3}$$

其中，l_i 为粒子在局部邻域内的最优解。相较于全局拓扑结构，这种局部邻域的社会学习策略通过延缓最优信息的全局传播，有效降低群体过早收敛到局部最优的风险[55]。虽然这会适度延长收敛时间，但环形拓扑结构使不同区域的粒子群能够并行探索多个有前景的解空间，从而增强了算法的全局搜索能力和种群多样性维持能力[54]。

虽然 $\mathrm{PSO_M}$ 在维持种群多样性方面表现优异，但在边界约束处理上仍有优化空间。对此，RT-PSO-BR 在保持环形拓扑结构的同时，对边界反射机制进行了改进。在边界反射机制方面，$\mathrm{PSO_M}$ 将越界粒子的适应度值设置为无穷大，并跳过该粒子的适应度评估，这种惩罚机制可能会导致部分粒子连续多轮迭代后无法参与有效搜索。RT-PSO-BR 采用边界反射机制对其进行改进，如式(4)所示：

$$\begin{cases} x_i = -x_i, v_i = -v_i, & x_i < 0 \\ x_i = 2 - x_i, v_i = -v_i, & x_i > 1 \end{cases}. \tag{4}$$

RT-PSO-BR 采用的边界反射机制通过反射变换使越界粒子重新回到搜索空间内部，同时保持了粒子运动的连续性。具体而言，当粒子位置违反边界约束时，采用镜像反射的方式将其重新映射回搜索空间，并调整其运动速度使之合理。这种处理方式确保所有粒子都能参与到有效搜索中，即使最优解在搜索空间边界附近，边界反射机制也能引导粒子逼近最优解区域。

为对比检验 PSO_M 与 RT-PSO-BR 算法各自的优缺点和实际效果，我们针对未透镜引力波和透镜化引力波两种数据，对 PSO_M 与 RT-PSO-BR 两种算法进行了性能测试和对比，每次独立运行均采用相同的随机种子实现粒子群的初始化操作，设置实验参数为 50 个粒子、2 000 次迭代，结果如图 1 和图 2 所示。在计算效率方面，PSO_M 相较于 RT-PSO-BR 在未透镜引力波数据和透镜化引力波数据探测中计算时间分别减少 15.44% 和 24.02%。图 1a) 和图 1b) 分别展示了 RT-PSO-BR 与 PSO_M 对未透镜引力波数据和透镜化引力波数据进行测试时，迭代收敛次数对比的结果。结果显示 RT-PSO-BR 与 PSO_M 在对未透镜引力波数据进行探测时性能差异不显著；而在对透镜化引力波数据进行探测时，RT-PSO-BR 在第 1 次和第 3 次运行中表现出比 PSO_M 更快找到最优解区域的能力，在第 2 次运行中表现出跳出局部最优解困境的能力；在算法性能方面，图 2a) 和图 2b) 分别展示了 PSO_M 和 RT-PSO-BR 的信号恢复结果与残差。结果表明，RT-PSO-BR 的透镜化引力波重构结果优于 PSO_M，可以正确展示波形的特征，表明 RT-PSO-BR 在参数估计精度上比 PSO_M 更有优势。根据参数结果对比发现，PSO_M 对参数 t_c 以及 ϕ_c 估算结果存在明显误差，其估计结果分别为 6.708 和 2.359 6。相较之下，RT-PSO-BR 对这两个参数的估计结果分别为 7.49 和 0.729 7，更接近真实值 7.5 和 0.785 4，显示出更优秀的参数估计性能。

2.2 匹配滤波

引力波信号极其微弱，且在探测器中存在多种噪声源，各种各样不同的噪声源表现出不同的功率谱密度，在不同频段表现出复杂的变化特征[56]。

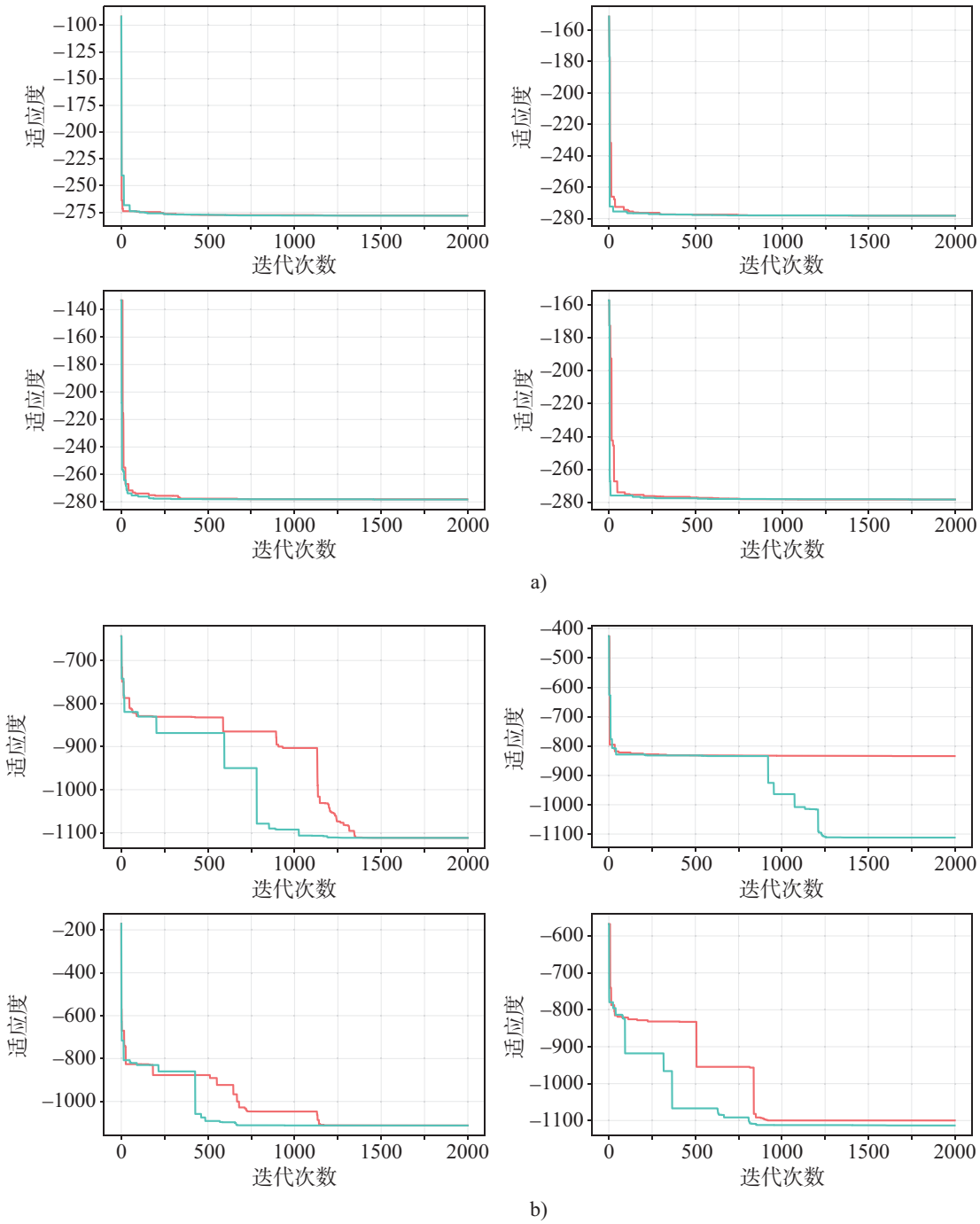
匹配滤波是在高斯噪声假设下使输出信噪比达到理论上限的线性技术，其与内积构成了引力波数据分析的核心技术框架，该方法通过将探测器接收到的数据与预先计算的理论波形模板进行相关性分析来实现信号检测。在引力波数据分析中，匹配滤波同时承担两项任务：（1）判断数据中是否存在与模板相符的信号；（2）量化观测数据与理论波形之间的相似程度。实验采用 `PyCBC`[57] 提供的 `matched_filter` 方法实现匹配滤波。匹配滤波输出的信噪比 ρ 计算方式为：

$$\rho^2 \equiv \frac{|\langle h_1|h_2\rangle|^2}{\langle h_2|h_2\rangle}, \tag{5}$$

其中 h_1 为探测器接收到的数据，h_2 为归一化的模板波形，当 h_1 与 h_2 相等时达到最佳信噪比。从数学角度来看，匹配滤波过程本质上是探测器计算数据与模板之间的噪声加权内积，表示为：

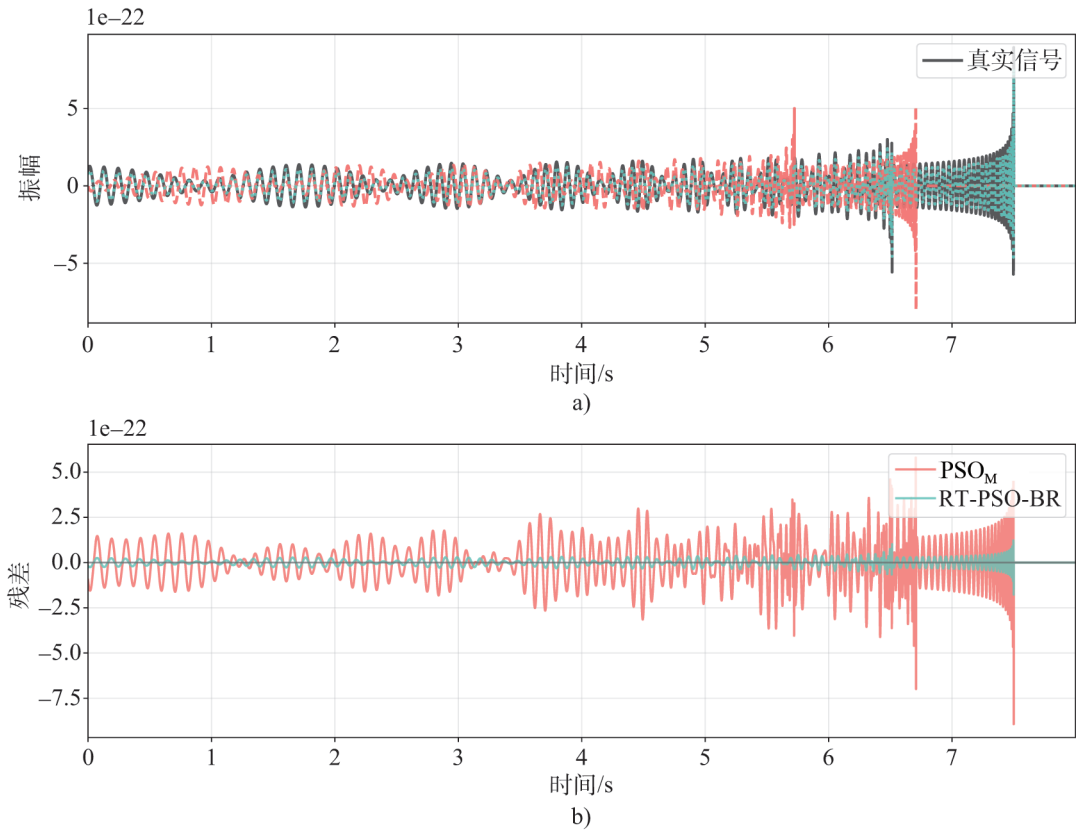
$$\langle h_1|h_2\rangle = 4\Re\int_{f_{\rm low}}^{f_{\rm high}} \frac{\tilde{h}_1(f)\tilde{h}_2^*(f)}{S_n(f)}{\rm d}f, \tag{6}$$

其中 $S_n(f)$ 为单边噪声功率谱密度，$*$ 代表共轭函数，~表示傅里叶变换，$\Re$ 表示取实部，$f_{\rm low}$ 和 $f_{\rm high}$ 分别为信号频域范围的下限和上限。噪声加权实现了对不同频率成分按照信号频谱幅



注: a) 为未透镜引力波迭代变化对比图，b) 为透镜化引力波迭代变化对比图。红色曲线为 PSO_M, 绿色曲线为 RT-PSO-BR。

图 1　PSO_M 与 RT-PSO-BR 迭代对比图



注: a) 为透镜化引力波信号重构图，b) 为与真实信号的残差对比图。红色曲线为 PSO$_M$, 绿色曲线为 RT-PSO-BR，黑色实线为真实信号。

图 2 PSO$_M$ 与 RT-PSO-BR 对透镜化引力波信号重构对比图

度与噪声功率谱密度之比进行加权，在噪声功率谱密度较低的频率区域给予更高的权重，从而优化检测性能。RT-PSO-BR 作为一种最优化算法，其设计目标是寻找最优似然函数解，本文采用 $f = -|\langle h_1|h_2\rangle|^2$ 作为 RT-PSO-BR 的适应度函数。

2.3 归一化

归一化是在信号处理中一个至关重要的步骤[3, 58]，在信号处理过程中，若不进行归一化，匹配滤波的结果会依赖于信号的绝对振幅[59]。这种依赖性会影响匹配度以及信噪比的计算。引力波数据分析中，研究人员主要关注引力波波形的特征以及演化过程，而非绝对振幅大小[60]。这是因为振幅通常是由引力波信号源与探测器之间的距离等因素所决定，而波形的特征以及演化过程才是引力波波形的内在核心内容，可以提供更多的波源物理特征[61]。归一化的作用就是消除振幅对参数匹配的影响，使算法更加注重于识别波形的特征和演化规律[62]。归一化的步骤共有三步：首先计算归一化因子 $N = SNR/\langle h|h\rangle^{1/2}$，随后利用归一化因子对原始信号进行标准化处理 $H = N \times h$，最后通过标准化信号与观测数据的内积运算获得最优振幅估计 $A = \langle d|H\rangle$，其中 SNR 为目标信噪比。

3 数据生成

引力波数据分析的核心以及难点在于从复杂的噪声环境中提取出微弱的引力波信号。在引力波数据分析中，探测器接收到的数据 $s(t)$ 可表示为信号与噪声的叠加，即 $s(t) = h(t)+n(t)$，其中 $h(t)$ 是引力波信号，$n(t)$ 是探测器的各种噪声。因此，数据的离散时间序列可表示为引力波信号与探测噪声的叠加[23]。

3.1 引力波数据

本文以双黑洞（binary black hole, BBH）合并产生的引力波事件为基础，采用牛顿（Newtonian）近似下理论模型中的准圆轨道近似描述双黑洞系统的演变过程及其辐射的引力波信号，如式(7)所示：

$$h(t) = \frac{GM_{\mathrm{c}}}{c^2 r}\theta(t)^{-1/4}\cos[2\varphi_c - 2\theta(t)^{5/8}], \tag{7}$$

其中，$\theta(t) = c^3(t_{\mathrm{c}} - t)/5GM_{\mathrm{c}}$，$t_{\mathrm{c}}$ 为双黑洞系统的合并时间，M_{c} 为双星的啁啾质量，其定义为 $M_{\mathrm{c}} = (m_1 m_2)^{3/5}/(m_1 + m_2)^{1/5}$，$m_1$ 与 m_2 分别是双星质量，r 为波源到观测者的距离，ϕ_{c} 为合并时的轨道相位。该引力波信号模型做了很多简化，它只考虑了 + 一种极化模式，且未考虑引力波源的倾角以及探测器的响应函数等，实际上测到的波形应该表示为 + 模和 × 模的线性组合，与该简化模型的振幅大小基本上是一个量级的，因此这种简化近似不影响我们对引力波探测算法的测试。

3.2 透镜化引力波数据

如图 3 所示，当引力波源位于透镜天体与观测者连线轴线附近时，透镜天体的引力场会对传播中的引力波信号产生显著的调制作用。由于透镜和光源之间的距离远小于观察者与光源以及观察者与透镜的距离，因此可以将他们投影到光源平面和透镜平面进行分析[63]。其中 D_{L} 表示观测者到透镜的距离，D_{LS} 代表透镜到引力波源的距离，D_{S} 代表引力波源到观察者的总距离。空间位置关系通过矢量 $\boldsymbol{\eta}$ 和矢量 $\boldsymbol{\xi}$ 进行量化，$\boldsymbol{\eta}$ 定义引力波源相对光轴在源平面上的位置偏移，$\boldsymbol{\xi}$ 表示引力波传递路径在透镜平面上的影响参数。

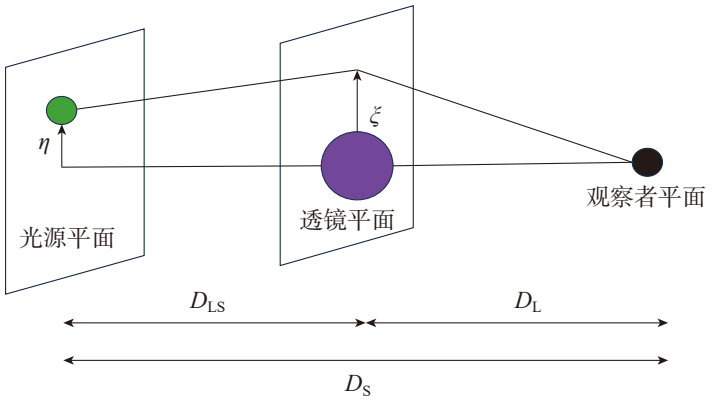


图 3　引力透镜的几何位形示意图

在时域上，透镜信号与原始信号之间的关系通过卷积运算建立，其数学表达式为 $h^{\mathrm{L}}(t) = h(t) * f(t)$，其中未透镜波形 $h(t)$ 由式(7)给出，$f(t)$ 代表透镜系统的时域响应系数。在模拟波形数据生成时，只需要计算 $h(t)$ 和 $f(t)$，之后将两者进行卷积便可以得到透镜化引力波数据。

对于 SIS（singular isothermal sphere）透镜模型这类轴对称透镜模型，矢量 $\boldsymbol{\eta}$ 和矢量 $\boldsymbol{\xi}$ 可以被简化为标量 η 以及 ξ。在源平面的坐标系统中，采用无量纲参数 y 作为描述天体空间位置的核心参数，其定义为 $y \equiv \eta/(\xi_0 D_{\mathrm{S}}/D_{\mathrm{L}})$，其中，$\xi_0$ 代表透镜平面上的特征尺度长度，该长度的具体数值完全取决于所采用的透镜理论模型。SIS 透镜模型的爱因斯坦半径参考 Ali 等人[64]给出的 $\xi_0 = 4\pi^2\sigma_v^2 D_{\mathrm{L}} D_{\mathrm{LS}}/c^2 D_{\mathrm{S}}$，其中，$\sigma_v$ 为透镜星系的速度弥散大小。

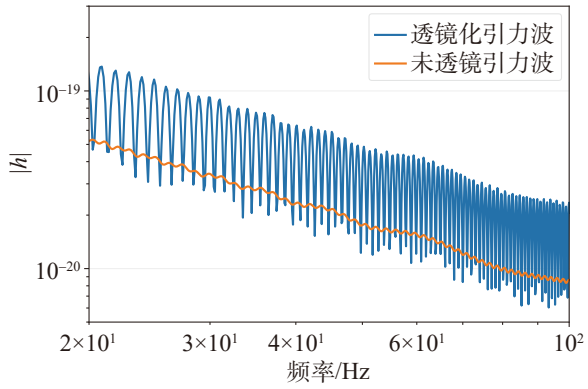
虽然目前没有确切地探测到透镜化引力波事件，但学者们对透镜化引力波领域已经展开了深入的研究[65, 66]，这些研究表明，透镜化引力波的透镜效应需要针对引力波信号的波长进行不同的处理。本研究使用几何光学近似方法，即引力波的波长远小于天体透镜质量的史瓦西半径。在 SIS 透镜模型框架下，采用几何光学近似[11, 67]，位于特定位置的无量纲参数 y 的引力波源会在透镜系统中产生有限数目的像。在透镜质量 $M_{\mathrm{L}} > 1\times10^4 M_{\odot}$ 时，几何光学近似适用于引力透镜效应的分析[68, 69]。当引力波源位于以透镜为中心的爱因斯坦半径以外时（$y > 1$），透镜系统仅能形成单一像；当引力波源处于爱因斯坦半径以内区域时（$y < 1$），透镜效应将产生两个不同位置的像。对于 SIS 透镜模型，引力透镜放大因子参考 Ali 等人[64]给出，为：

$$F(f) = \begin{cases} |\mu_+|^{1/2} - i|\mu_-|^{1/2}\mathrm{e}^{2\pi \mathrm{i} f\Delta t}, & y < 1, \\ |\mu_+|^{1/2}, & y > 1, \end{cases} \tag{8}$$

式中，$\mu_\pm = \pm1 + 1/y$ 为两个像的放大系数，$\Delta t = 8M_{\mathrm{L}} yG/c^3$ 为时间延迟。对于透镜化引力波的观测而言，容易探测到的量是流量比 $I = |\mu_-|/|\mu_+|$[64]。因此，引力透镜效应的影响可以由唯象参数 I 和参数 Δt 确定，并通过放大因子 $F(f)$ 体现[70]。

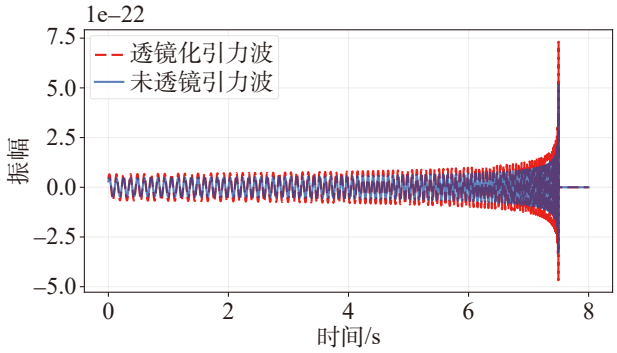
图 4 展示了式(7)对应的引力波信号频域图，该信号在频域中的功率谱密度正比于 $f^{-7/6}$，在双对数坐标图中显示为一条直线。在几何光学近似条件下，采用式(8)并设定 $y = 0.5$、透镜质量 $M_{\mathrm{L}} = 5\times10^4\, M_{\odot}$（$I = 0.333\,3$, $\Delta t = 0.985\,4$ s）生成透镜化引力波信号，由于透镜效应调制影响，透镜化引力波的振幅随频率出现振荡行为。

在 SIS 透镜模型的几何光学近似下，在 $y < 1$ 时，其流量比 I 随着 y 增加而减小；$y = 1$ 为透镜化引力波产生双像的临界阈值[64]。通过绘制 $y = 0.985(I = 0.007\,6)$ 的信号波形图，对比未透镜引力波波形与透镜化引力波波形发现，在 $I < 0.01$ 的情况下，透镜化引力波缺乏明显的双像特征，仅表现为振幅放大效应，如图 5 所示。因此，本研究将 $I = 0.01$ 作为判断该波形是否为透镜化引力波波形的阈值，对于 $I > 0.01$ 的波形，认为其是透镜化引力波波形，反之为未透镜引力波波形。为验证阈值的有效性，我们使用未透镜引力波数据和透镜化引力波数据各 50 个进行测试。对于透镜化数据，基于概率分布 $P(y) \propto y$，在 $y \in [0, 3.3]$ 的参数范围内随机选取 y 进行测试。结果表明在 50 个未透镜化信号中，有 45 个被正确分类；而在 50 个透镜引力波信号中，43 个被正确分类。该阈值实现了 88% 的分类整体准确率，证明 $I = 0.01$ 作为判断信号是否为透镜化引力波是可行的。



注：橙色曲线为未透镜的引力波信号，蓝色曲线为透镜化引力波信号。

图 4　未透镜引力波与透镜化引力波频域对比图



注：蓝色曲线为未透镜引力波波形，红色曲线为透镜化引力波波形图。

图 5　y 趋近于 1 时未透镜引力波与透镜化引力波时域波形对比图

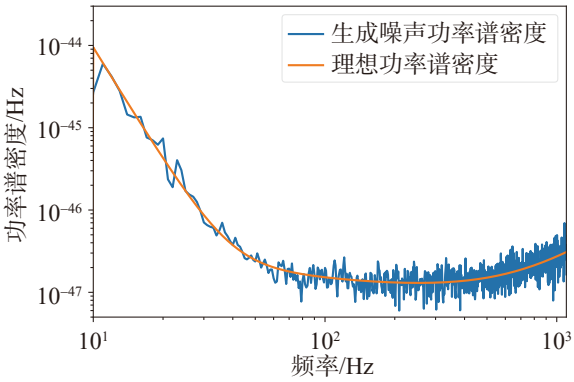
3.3 噪声数据

噪声采用 PyCBC[57] 中的 aLIGO 零偏移高功率 aLIGOZeroDetHighPower 函数[71, 72] 生成理论 PSD 模型，以此来模拟 aLIGO 探测器的灵敏度曲线。通过 noise_from_ psd 函数生成了一个时长为 8 s、采样率为 4 096 Hz 的噪声。图 6 为生成噪声 PSD 与理论噪声 PSD 的对比图，在 10~100 Hz 区间内，理论噪声 PSD 与生成噪声 PSD 具有良好的一致性。在大于 500 Hz 的高频段，二者之间存在轻微的差别，生成噪声 PSD 出现了轻微震荡现象，整体而言，生成噪声的 PSD 与理论噪声 PSD 高度吻合。

3.4 模拟数据

本研究采用表 1 所示的物理参数生成测试数据。在不考虑铃宕阶段信号快速衰减过程的情况下，我们将 t_c 之后的信号振幅设置为零[3]。首先应用式(7)生成一个采样率为 4 096 Hz、总时长为 8 s 的未透镜引力波波形，随后使用式(8)生成对应的透镜化引力波波形。

最后基于公式 $s(t) = h(t) + n(t)$，将未透镜引力波数据和透镜化引力波数据分别与噪声进



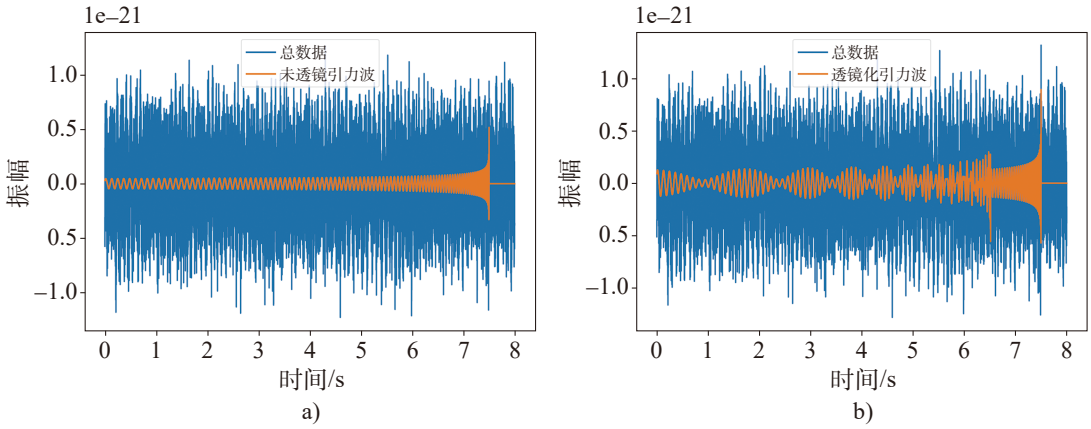
注：橙色为探测器理论功率谱密度，蓝色为生成噪声对应功率谱密度。

图 6　功率谱密度对比图

表 1　未透镜引力波及透镜化引力波的物理参数

	参数	值	参数	值
引力波参数	m_1	40 $M_\odot$	m_2	30 $M_\odot$
	M_c	30.09 $M_\odot$	t_c	7.500 0 s
	r	3100 Mpc	ϕ_c	0.785 4
透镜参数	$\boldsymbol{I}$	0.333 3	$\boldsymbol{y}$	0.500 0
	$\boldsymbol{\Delta t}$	0.985 4 s	$\boldsymbol{M_L}$	5×10^4 $M_\odot$

行叠加，构造出完整的测试模拟数据如图 7 所示。



注：a) 为未透镜引力波信号与总数据对应时域图，b) 为透镜化引力波信号与总数据对应时域图。总数据为噪声与信号的叠加，使用蓝色曲线标注，信号使用橙色曲线标注。

图 7　未透镜引力波信号、透镜化引力波信号与总数据的时域图

4 结果与讨论

为便于实验验证，针对未透镜引力波波形及透镜化引力波波形，对式(7)中的 4 个参数以及唯象的透镜参数进行参数估计。RT-PSO-BR 与 Bilby dynesty 的参数先验分布如表 2 所示，所有参数先验生成方式均采用均匀分布。

表 2　RT-PSO-BR 与 Bilby dynesty 参数先验分布设置

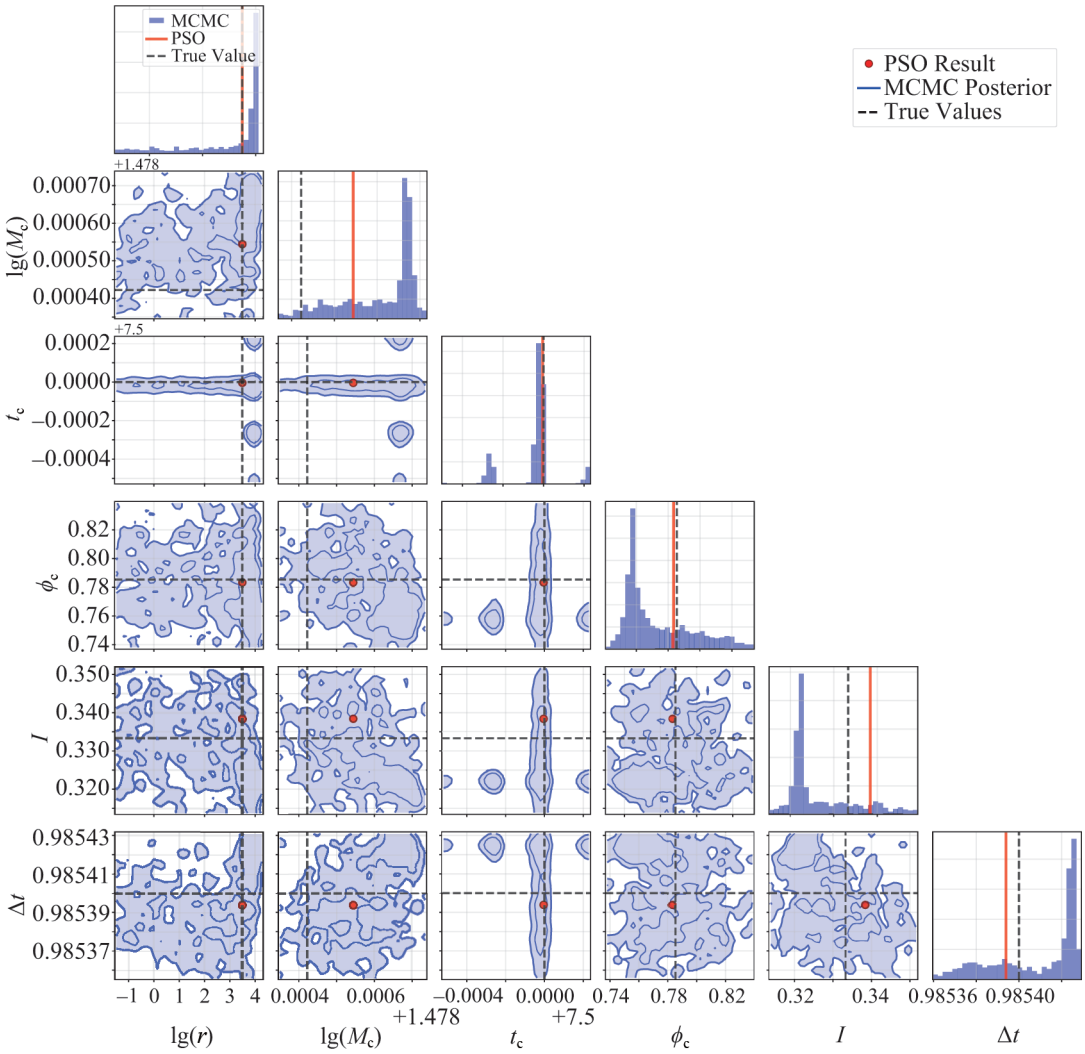
参数	物理含义	先验范围
r/Mpc	源距离	$\lg r \in [2,4]$
$M_c/M_\odot$	啁啾质量	$\lg M_c \in [0,2]$
t_c	合并时间	$[0.1, 8.0]$ s
ϕ_c/rad	相位	$[0,\pi]$
I	流量比	$[0,1]$
Δt/s	时间延迟	$[0.1, 4.0]$

基于 RT-PSO-BR 和 Bilby dynesty 算法，分别对未透镜引力波与透镜化引力波进行参数估计，所得结果如表 3 所示。通过与真实值（表 1 中各物理参数）对比显示，RT-PSO-BR 与 Bilby dynesty 的参数估计结果与真实值差异均小于 1%。在未透镜引力波数据测试中，两种算法在距离参数 r 上的差异为 0.21，质量参数 M_c 的差异为 0.002，相位参数 ϕ_c 的差异为 0.004；在透镜化引力波数据测试中，两种算法在参数 r 上的差异达到 17.6，其余参数差异均在 0.01 以内。从整体表现来看，Bilby dynesty 在参数估计精度上优于 RT-PSO-BR，然而 RT-PSO-BR 仍能在大部分参数上达到与 Bilby dynesty 相当的估计精度，证明了该方法在透镜化引力波参数估计中的可行性。RT-PSO-BR 估计结果与真实结果的差异小于 1%，表明其可以作为计算资源受限以及需要快速处理数据情况下的有效替代方案。

表 3　RT-PSO-BR 与 Bilby dynesty 参数估计结果

数据类型	算法	r/Mpc	$M_c/M_\odot$	t_c/s	ϕ_c/rad	I	Δt/s
未透镜引力波	RT-PSO-BR	3 100.241 3	30.096 1	7.500 0	0.783 8	0.001 2	1.023 4
	Bilby dynesty	3 100.026 6	30.094 2	7.500 0	0.787 8	0.001 6	1.597 3
透镜化引力波	RT-PSO-BR	3 118.103 7	30.098 4	7.500 0	0.783 4	0.338 4	0.985 4
	Bilby dynesty	3 100.501 9	30.098 0	7.500 0	0.786 0	0.333 3	0.985 4

图 8 展示了 RT-PSO-BR 与 Bilby dynesty 针对同一透镜化引力波事件的一维和二维后验分布图，其中红点表示 RT-PSO-BR 的最优解估计结果，蓝色曲线表示 Bilby dynesty 的后验分布结果。真实值使用黑色虚线标出，在二维分布图中，内层区域表示 68% 置信区间，外层轮廓表示 95% 置信区间。需要指出的是，RT-PSO-BR 是专注于寻找单一最优解的最优化算法，而 Bilby dynesty 是旨在构建完整后验分布的贝叶斯推断方法。图 8 表明，RT-PSO-BR 的估计结果均落在 Bilby dynesty 构建的 95% 合理置信区间内，表明 RT-PSO-BR 能够有效定位到后



注：红色点为 RT-PSO-BR 的最优解，蓝色区域为 Bilby dynesty 的后验分布，黑色虚线为真实值。

图 8 RT-PSO-BR 与 Bilby dynesty 对透镜化引力波事件的参数估计结果对比图

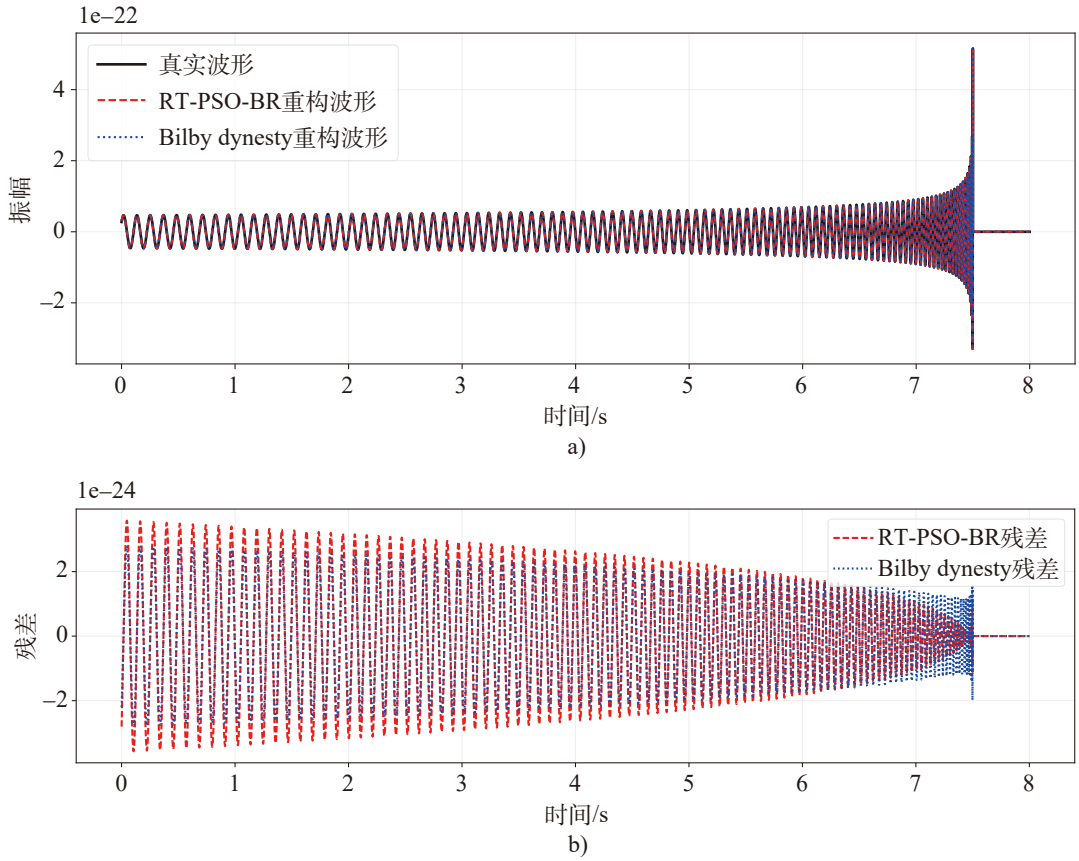
验分布的高概率密度区域，验证了 RT-PSO-BR 在透镜化引力波参数分析中的有效性。从后验分布特征来看，Bilby dynesty 在 M_c、t_c、I 以及 Δt 四个参数上都表现出紧致的后验分布特征，表明该方法对这四个参数具有良好的敏感度。然而，参数 r 和 ϕ_c 的后验分布相对较宽，不确定性较大。对于参数 r，其后验分布较宽主要原因是距离参数与未建模的倾角参数之间存在固有的简并关系[60, 61]，本实验采用的简化波形模型未包含倾角和极化信息，导致距离约束减弱。参数 ϕ_c 的后验分布范围相较于参数 M_c、t_c 不确定性较大，我们推测由两个原因造成：一是噪声的干扰使 Bilby dynesty 对初始相位的推断产生了一定的影响，二是简化模型对初始相位的约束较弱。值得注意的是，虽然 ϕ_c 后验分布相对较宽，但其实际数值跨度仅为 0.1 rad，

属于可接受的不确定性范围。综合分析表明，RT-PSO-BR 仅能提供点估计而无法量化不确定性，对于 t_c、I、Δt 等参数的快速估计具有良好的适配性，然而对于需要完整不确定性量化的场景，都需要 Bilby dynesty 等贝叶斯方法来构建后验分布。

图 9 和图 10 分别展示了 RT-PSO-BR 与 Bilby dynesty 对应参数估计结果的重构信号波形，采用相对残差（relative residual）和匹配度（match）作为量化信号的重构质量的指标。相对残差计算如式(9)所示，用于量化重构信号与真实信号之间的差异。

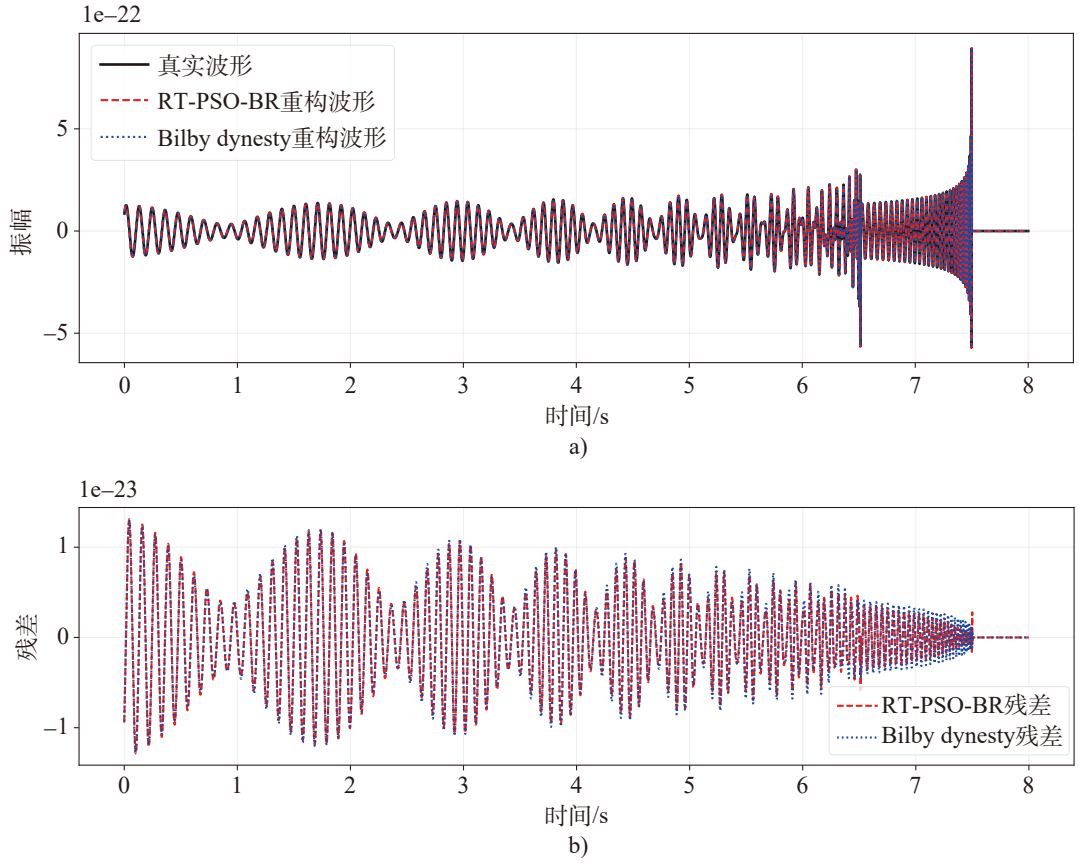
$$\text{Relative Residual} = \frac{\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(\hat{h}(t_i) - h_t(t_i)\right)^2}}{\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} h_t(t_i)^2}}, \tag{9}$$

其中 $\hat{h}(t_i)$ 是重构信号的第 i 个采样点对应值，$h_t(t_i)$ 是真实信号在第 i 个采样点对应值，N 是总采样点数。



注：a) 图为未透镜引力波波形重构对比（黑色为真实信号，红色为 RT-PSO-BR 重构，蓝色为 Bilby dynesty 重构），b) 图为重构波形与真实波形的残差对比。

图 9　RT-PSO-BR 与 Bilby dynesty 未透镜引力波信号重构波形对比图



注：a) 图为透镜化引力波波形重构对比（黑色为真实信号，红色为 RT-PSO-BR 重构，蓝色为 Bilby dynesty 重构），b) 图为重构波形与真实波形的残差对比。

图 10 RT-PSO-BR 与 Bilby dynesty 透镜化引力波信号重构波形对比图

Match 用于量化两个波形之间的相似程度，通过 `pycbc_calculate_match` 函数[73]进行计算，其计算如式(10)所示。Match 的取值范围为 [0, 1]，其中 1 表示两个信号完全匹配，0 表示完全不匹配[28]。

$$\mathcal{M}(h_1, h_2) = \max_{t_c, \phi_c} \frac{|(h_1|h_2(t_c, \phi_c))|}{\sqrt{(h_1|h_1)(h_2|h_2)}}. \tag{10}$$

表 4 相对残差结果分析表明，在未透镜引力波信号重构中，RT-PSO-BR 的相对残差为 4.05%，而 Bilby dynesty 的相对残差为 3.38%，Bilby dynesty 的重构精度优于 RT-PSO-BR 约 20%。在透镜化引力波信号重构中，RT-PSO-BR 的相对残差为 5.49%，Bilby dynesty 的相对残差为 5.62%，RT-PSO-BR 的重构精度优于 Bilby dynesty 约 2%。图 9 和图 10 表明，两种算法对未透镜引力波信号与透镜化引力波信号都实现了高标准的重现，说明两种方法均成功捕获了各自信号类型的特征和演化规律，Bilby dynesty 在未透镜引力波信号处理中具有优势，而 RT-PSO-BR 在复杂的透镜化引力波数据分析中具有更强的适应性。

表 4 列出了 RT-PSO-BR 与 Bilby dynesty 在未透镜引力波与透镜化引力波信号重构中 Match 值和计算时间的具体结果。在未透镜引力波波形重构中，RT-PSO-BR 与 Bilby dynesty 两种方法重构精度差异仅为 1×10^{-6}；在透镜化引力波波形重构中，RT-PSO-BR 的 Match 值为 0.999 987，Bilby dynest 的 Match 值为 0.999 994。通过数据分析可知，RT-PSO-BR 相对于 Bilby dynesty 在参数 I 估计上存在偏差，而 Bilby dynesty 对该参数实现了精确匹配，这导致 RT-PSO-BR 在透镜化引力波信号重构的 Match 上出现微小差异。

表 4　RT-PSO-BR 与 Bilby dynesty 重构结果对比

类别	方法	运行时间/s	相对残差/(%)	Match
未透镜引力波	RT-PSO-BR	863.47	4.05	0.999 999
	Bilby dynesty	1 403.25	3.38	0.999 998
透镜化引力波	RT-PSO-BR	1 085.29	5.49	0.999 987
	Bilby dynesty	3 115.35	5.62	0.999 994

在计算效率方面，RT-PSO-BR 在两种信号类型上均表现出了明显的时间优势。在未透镜引力波信号数据处理中，RT-PSO-BR 的计算时间为 863.47 s，相比 Bilby dynesty 的 1 403.25 s 缩短 38.5%；在透镜化引力波处理中，RT-PSO-BR 计算时间为 1 085.29 s，而 Bilby dynesty 需要 3 115.35 s，后者所需计算时间增加了 65.2%。透镜化引力波信号的数据分析相较于未透镜引力波信号的复杂程度增加，导致两种算法所需的计算时间有所延长，其中 RT-PSO-BR 增加 25.7%，Bilby dynesty 增加 122.0%，这反映了参数维度的增加对两个算法影响程度存在显著差异。通过对算法特性的分析，计算效率的差异源于两种算法的根本设计理念。RT-PSO-BR 作为优化算法专注于快速定位最优解，而 Bilby dynesty 采用系统性采样构建完整的后验分布。

5　方法改进

本研究已验证 RT-PSO-BR 在未透镜引力波以及透镜化引力波数据分析领域的可行性，但该算法存在需要多次运行才能准确定位全局最优解的局限性。本研究中 RT-PSO-BR 运行四次，仅选择最佳似然函数结果与 Bilby dynesty 进行对比，需要指出的是，RT-PSO-BR 的四次运行是相互独立的，在实际运行中可以并行化执行。各次独立运行之间的运行时间相差不超过 3%，因此在并行环境下，总运行时间约等于单次运行时间。此外，如果可以缩小 Bilby dynesty 的先验分布范围，还可以进一步缩短贝叶斯推断的计算时间。

为解决 RT-PSO-BR 陷入局部最优解的局限性以及缩小 Bilby dynesty 先验分布范围，本文提出了 RT-PSO-BR 与 Bilby dynesty 结合使用方案[74, 75]。该方案首先单次运行 RT-PSO-BR 快速定位到最优解，随后将 RT-PSO-BR 结果的 ±30% 范围作为 Bilby dynesty 的先验分布范围，从而利用 RT-PSO-BR 快速收敛特性，同时通过缩小先验分布范围减少 Bilby dynesty 的计算时间。

表 5 展示了结合方案在未透镜引力波数据与透镜化引力波数据分析中的计算时间。结果

显示，在未透镜引力波数据分析中，RT-PSO-BR 计算时间为 1 108.43 s，Bilby dynesty 计算时间显著缩短至 842.49 s，总时间为 1 950.92 s，相比表 4 中的 Bilby dynesty 增加了 547.67 s；在透镜化引力波数据分析中，RT-PSO-BR 计算时间为 940.38 s，Bilby dynesty 计算时间为 1 873.89 s，总时间为 2 814.27 s，相比表 4 中 Bilby dynesty 单独运行的 3 115.35 s 减少了 301.08 s。实验结果表明，在更高维的透镜化引力波数据分析中，结合方案相比单独运行 Bilby dynesty 具有时间优势。

表 5 RT-PSO-BR 与 Bilby dynesty 结合收敛时间

类别	方法	运行时间/s
未透镜引力波	RT-PSO-BR	1 108.43
	Bilby dynesty	842.49
透镜化引力波	RT-PSO-BR	940.38
	Bilby dynesty	1 873.89

在未透镜引力波数据分析中，RT-PSO-BR 成功定位到全局最优解，为 Bilby dynesty 提供了更精确的先验分布范围，从而使 Bilby dynesty 的计算时间缩减了 39.96%；在透镜化引力波数据分析中，RT-PSO-BR 可能陷入局部最优解，导致提供给 Bilby dynesty 的先验分布范围存在偏差，使 Bilby dynesty 仍需较长时间完成计算。尽管如此，结合方案在透镜化引力波数据分析中的总时间仍比 Bilby dynesty 单独运行时间缩短 9.66%，证明了该结合方案的有效性和鲁棒性。

表 6 展示了结合方案对应的数据分析结果。通过与表 3 对比分析表明，结合方案在未透镜引力波数据分析以及透镜化引力波数据分析中均表现出良好的参数估计精确性，特别是在透镜化引力波数据中，在 RT-PSO-BR 陷入局部最优解陷阱的前提下，Bilby dynesty 仍可以通过 RT-PSO-BR 提供的先验分布范围准确找到所有参数结果。但在未透镜引力波数据分析中，同样出现了如参数 ϕ_c 更加偏离真实结果的情况，或许仍需进一步改进结合方案。

表 6 RT-PSO-BR 与 Bilby dynesty 结合对应参数估计结果

数据类型	算法	r/Mpc	$M_c/M_\odot$	t_c/s	ϕ_c/rad	I	Δt/s
未透镜引力波	RT-PSO-BR	3 100.006 0	30.096 5	7.500 2	0.828 6	0.001 4	0.390 6
	Bilby dynesty	3 098.460 4	30.088 4	7.500 0	0.887 7	0.001 1	0.420 1
透镜化引力波	RT-PSO-BR	3 048.607 9	30.101 5	6.647 9	0.782 2	0.346 6	0.985 4
	Bilby dynesty	3 091.386 6	30.095 0	7.500 0	0.784 0	0.333 1	0.985 4

以上结果表明，本文所提出的结合方案可以有效规避 RT-PSO-BR 陷入局部最优解的问题，同时保持了其快速收敛的特性。该方法为 Bilby dynesty 提供理论依据充分且范围更小的先验分布，从而加速贝叶斯推断过程。然而研究中同样观察到参数估计精度偶有下降现象，这种性能下降的现象表明该结合方案仍有进一步研究和优化的空间。

6 结论与展望

本研究首次将 RT-PSO-BR 引入引力波数据分析领域，系统评估了 RT-PSO-BR 在引力波数据分析领域的可行性，特别是在透镜化引力波数据分析中的性能表现，证明了粒子群算法在透镜化引力波数据分析中的可行性和高效性。针对贝叶斯推断方法处理透镜化引力波事件计算成本高昂的问题，引入 RT-PSO-BR 分别对未透镜引力波数据与透镜化引力波数据在 SIS 透镜模型下进行六维参数估计，通过与 Bilby dynesty 方法进行对比，研究发现 RT-PSO-BR 在六维参数估计中表现出了明显的优势，不仅与 Bilby dynesty 参数估计精度一致，且单次运行时间显著缩减。在未透镜引力波数据分析中，Bilby dynesty 运行时间为 1 403.25 s，而 RT-PSO-BR 仅需 863.47 s，缩短了 38.5%；在透镜化引力波数据分析中效果更为显著，相较于 Bilby dynesty 的 3 115.35 s，RT-PSO-BR 仅需 1 085.29 s 即可完成收敛，缩短了 65%。这说明在相同先验分布条件下，RT-PSO-BR 单次运行所需计算时间更短，证明了 RT-PSO-BR 在透镜化引力波数据分析方面的可行性和有效性。

为解决 RT-PSO-BR 仍较易陷入局部最优解以及 Bilby dynesty 所需运行时间过长的问题，本研究进一步提出了 RT-PSO-BR 与 Bilby dynesty 结合优化策略，即通过将 RT-PSO-BR 单次运行结果的 ±30% 范围作为 Bilby dynesty 的先验分布范围。该方法充分利用了 RT-PSO-BR 在高维先验分布中快速收敛的特性，同时通过将 RT-PSO-BR 的结果作为 Bilby dynesty 的约束条件，有效缩小了 Bilby dynesty 的搜索空间。实验结果表明，在未透镜引力波数据分析中，结合算法相较于表 4 中 Bilby dynesty 耗时增加 547.67 s（增加约 39%）；然而在透镜化引力波数据分析中，结合算法耗时减少 301.08 s（下降约 10%）。结合优化策略缩短了透镜化引力波数据分析总体所需计算时间，表明结合策略在高维空间中的适用性。对比数据分析结果，结合方案表现出良好的参数估计精确度，表明结合优化策略有效解决了 RT-PSO-BR 容易陷入局部最优解陷阱的困扰，提高了算法的鲁棒性，同时降低了贝叶斯推断的计算复杂度。

未来将从多个方面深入研究结合优化策略的应用潜力。首先，将引入更准确、更现实、包含更多参数的引力波波形模板进行测试，本实验采用简化的引力波信号模型，仅包含四个参数，且未对不同极化模式以及探测器响应函数进行区分处理。后续研究我们将引入 + 和 × 两种极化模式的完整物理描述，结合具体探测器（如 LIGO 等）的响应函数，系统测试 RT-PSO-BR 的鲁棒性。其次，将扩展至更复杂的引力波波形模板，如后牛顿近似 `TaylorT4` 以及唯象的 `IMRPhenomD` 等波形模板。再次，当前工作仅尝试了几何光学极限近似情况下的 SIS 透镜模型，后续研究将扩展至更多情况，如波动光学框架下的衍射效应以及更复杂的透镜模型，并采用精确度更高的计算方法[76, 77]，验证结合优化策略在不同透镜环境下的通用性和鲁棒性。最后，我们将会添加双星系统的自旋参数与偏心率等参数，研究结合优化策略在更高维参数空间中的适用性；同时对结合策略进行调整，使其在低维空间中同样高效。随着 LVK[78–81]、LISA（Laser Interferometer Space Antenna）[82]、太极[83, 84]、天琴[85, 86]引力波探测器的持续升级和探测，引力波数据的规模和复杂性将持续增长，深度学习等人工智能方法在复杂信号特征识别方面具有巨大潜力[35, 36, 87, 88]，利用 RT-PSO-BR 的快速收敛特性进行深度学习网络超参数优化将成为值得研究的内容。

致谢

本研究借鉴了 Soumya D. Mohanty 和王赫提供的 PSO 样例代码，以此为基础构建了本工作 PSO 代码架构，作者感谢 Soumya D. Mohanty、王赫和高品等人对本研究的帮助。

参考文献：

[1] Abbott B P, Abbott R, Abbott T D, et al. Phys Rev Lett, 2016, 116: 221101
[2] Diego J M, Broadhurst T, Smoot G F. Phys Rev D, 2021, 104: 103529
[3] Abbott B P. Zen Vasconcellos C A, ed. Centennial of General Relativity: A Celebration. Singapore: World Scientific Publishing, 2017: 291
[4] Abbott R, Abbott T D, Acernese F, et al. Physical Review X, 2023, 13: 041039
[5] Punturo M, Abernathy M, Acernese F, et al. Classical and Quantum Gravity, 2010, 27: 194002
[6] Maggiore M, Van Den Broeck C, Bartolo N, et al. JCAP, 2020, 2020: 050
[7] Smith G P, Baker T, Birrer S, et al. Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series A, 2025, 383: 20240134
[8] Hannuksela O A, Haris K, Ng K K Y, et al. ApJL, 2019, 874: L2
[9] Sereno M, Sesana A, Bleuler A, et al. Phys Rev Lett, 2010, 105: 251101
[10] Dai L, Venumadhav T. arXiv e-prints, 2017: arXiv:1702.04724
[11] Bulashenko O, Ubach H. JCAP, 2022, 2022: 022
[12] Meena A K. MNRAS, 2024, 532: 3568
[13] Gais J, Ng K K Y, Seo E, et al. ApJL, 2022, 932: L4
[14] Lai K H, Hannuksela O A, Herrera-Martín A, et al. Phys Rev D, 2018, 98: 083005
[15] Choi H G, Park C, Jung S. Phys Rev D, 2021, 104: 063001
[16] Guo X, Lu Y. Phys Rev D, 2022, 106: 023018
[17] Goyal S, Vijaykumar A, Ezquiaga J M, et al. Phys Rev D, 2023, 108: 024052
[18] Huang S J, Hu Y M, Chen X, et al. JCAP, 2023, 2023: 003
[19] Cao S, Qi J, Cao Z, et al. Scientific Reports, 2019, 9: 11608
[20] Ng K K Y, Wong K W K, Broadhurst T, et al. Phys Rev D, 2018, 97: 023012
[21] Li Y, Fan X, Gou L. ApJ, 2019, 873: 37
[22] Abbott R, Abe H, Acernese F, et al. ApJ, 2024, 970: 191
[23] Jaranowski P, Królak A. Living Reviews in Relativity, 2012, 15: 4
[24] Abbott R, Abbott T D, Abraham S, et al. ApJ, 2021, 923: 14
[25] Janquart J, Wright M, Goyal S, et al. MNRAS, 2023, 526: 3832
[26] Barsode A, Goyal S, Ajith P. ApJ, 2025, 980: 258
[27] Goyal S, Kapadia S J, Cudell J R, et al. Phys Rev D, 2024, 109: 023028
[28] Usman S A, Nitz A H, Harry I W, et al. Classical and Quantum Gravity, 2016, 33: 215004
[29] Abbott R, Abe H, Acernese F, et al. ApJS, 2023, 267: 29
[30] Allen B, Anderson W G, Brady P R, et al. Phys Rev D, 2012, 85: 122006
[31] Xu F, Ezquiaga J M, Holz D E. ApJ, 2022, 929: 9
[32] Li S S, Mao S, Zhao Y, et al. MNRAS, 2018, 476: 2220
[33] Brando G, Goyal S, Savastano S, et al. Phys Rev D, 2025, 111: 024068
[34] Wang H, Wu S, Cao Z, et al. Phys Rev D, 2020, 101: 104003
[35] Schäfer M B, Zelenka O, Nitz A H, et al. Phys Rev D, 2023, 107: 023021
[36] Goyal S, Harikrishnan D, Kapadia S J, et al. Phys Rev D, 2021, 104: 124057
[37] Singer L P, Price L R. Phys Rev D, 2016, 93: 024013
[38] Veitch J, Raymond V, Farr B, et al. Phys Rev D, 2015, 91: 042003
[39] Thrane E, Talbot C. PASA, 2020, 37: e036

[40] Abbott R, Abbott T D, Abraham S, et al. ApJL, 2020, 896: L44
[41] Kennedy J, Eberhart R. Proc. ICNN: Vol. 4. New York, NY, USA: IEEE, 1995: 1942
[42] Wang Y, Mohanty S D. Phys Rev D, 2010, 81: 063002
[43] Normandin M E, Mohanty S D, Weerathunga T S. Phys Rev D, 2018, 98: 044029
[44] Normandin M E, Mohanty S D. Phys Rev D, 2020, 101: 082001
[45] Wu J, Yin Y, Li C, et al. arXiv e-prints, 2024: arXiv:2410.11858
[46] Gao P, Fan X, Cao Z. arXiv e-prints, 2024: arXiv:2401.09300
[47] Zou X B, Mohanty S D, Luo H G, et al. Universe, 2024, 10: 96
[48] Dziwiński P, Bartczuk L. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2020, 28: 1140
[49] You R, Tao Q, Wang S, et al. Bioengineering, 2025, 12: 238
[50] Kulkarni N K, Patekar S, Bhoskar T, et al. Materials Today: Proceedings, 2015, 2: 2631
[51] Kaushik A C, Bharadwaj S, Kumar A, et al. Intelligent Systems, 2018, 9: e006
[52] Faisal T, Marilly E. arXiv e-prints, 2024: arXiv:2405.09916
[53] Bratton D, Kennedy J. Proc. 2007 IEEE Swarm Intelligence Symposium. New York, NY, USA: IEEE, 2007: 120
[54] Zade B M H, Mansouri N, Javidi M M. Cluster Computing, 2024, 27: 11747
[55] Khan T A, Ling S H. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2021, 102: 104263
[56] Gao S, Hayes F, Croke S, et al. Physical Review Research, 2022, 4: 023006
[57] Nitz A H, et al. PyCBC: v2.7.3, (version v2.7.3). Geneva, Switzerland: Zenodo, 2023. DOI: 10.5281/zenodo.8267303
[58] McIsaac C, Hoy C, Harry I. Phys Rev D, 2023, 108: 123016
[59] Schutz B F. Classical and Quantum Gravity, 1999, 16: A131
[60] Acernese F, Barone F, De Rosa R, et al. Classical and Quantum Gravity, 2004, 21: S1849
[61] Bailes M, Berger B K, Brady P R, et al. Nature Reviews Physics, 2021, 3: 344
[62] Zhang H, Zhu Z, Fu M, et al. Computational Intelligence and Neuroscience, 2022, 2022: 5892188
[63] Schneider P, Ehlers J, Falco E E. Astronomy and Astrophysics Library: Gravitational Lenses. Springer Berlin, Heidelberg, 1992: XIII+560
[64] Ali S, Stoikos E, Meade E, et al. Phys Rev D, 2023, 107: 103023
[65] Jit Singh A, Li I S C, Hannuksela O A, et al. arXiv e-prints, 2018: arXiv:1810.07888
[66] Haris K, Mehta A K, Kumar S, et al. arXiv e-prints, 2018: arXiv:1807.07062
[67] Meena A K, Bagla J S. MNRAS, 2020, 492: 1127
[68] Bondarescu R, Ubach H, Bulashenko O, et al. Phys Rev D, 2023, 108: 084033
[69] Takahashi R. A&A, 2004, 423: 787
[70] Takahashi R, Nakamura T. ApJ, 2003, 595: 1039
[71] Biwer C M, Capano C D, De S, et al. PASP, 2019, 131: 024503
[72] LIGO Scientific Collaboration. No. LIGO-T0900288-v2, 2009: 1
[73] Nitz A, Harry I, Brown D, et al. gwastro/pycbc: v2.0.2 release of PyCBC, (version v2.0.2). Geneva, Switzerland: Zenodo, 2022. DOI: 10.5281/zenodo.6324278
[74] Nerin R B, Bulashenko O, Freitas O G, et al. Phys Rev D, 2025, 111: 084067
[75] Williams M J, Veitch J, Messenger C. Phys Rev D, 2021, 103: 103006
[76] Guo X, Lu Y. Phys Rev D, 2020, 102: 124076
[77] Tambalo G, Zumalacárregui M, Dai L, et al. Phys Rev D, 2023, 108: 043527
[78] Abbott B P, Abbott B P, LIGO Scientific, et al. Phys Rev Lett, 2018, 121: 129902
[79] Abbott R, Abbott T D, Abraham S, et al. Phys Rev D, 2021, 103: 122002
[80] Abbott B P, Abbott R, Abbott T D, et al. Phys Rev Lett, 2019, 123: 011102
[81] Abbott B P, Abbott R, Abbott T D, et al. Phys Rev D, 2019, 100: 104036
[82] Barausse E, Berti E, Hertog T, et al. General Relativity and Gravitation, 2020, 52: 81
[83] Hu W R, Wu Y L. National Science Review, 2017, 4: 685
[84] Ruan W H, Guo Z K, Cai R G, et al. International Journal of Modern Physics A, 2020, 35: 2050075
[85] Luo J, Chen L S, Duan H Z, et al. Classical and Quantum Gravity, 2016, 33: 035010
[86] Luo J, An H, Bian L, et al. arXiv e-prints, 2025: arXiv:2502.20138

[87] Benedetto V, Gissi F, Ciaparrone G, et al. Applied Sciences, 2023, 13: 9886
[88] Qin Z, Sun T Y, Li B Y, et al. arXiv e-prints, 2025: arXiv:2505.20996

Search for Lensed Gravitational Wave Signals Using Ring-Structured Particle Swarm Optimization with Boundary Reflection

ZHANG Meng[1], YU Weiqing[1], GUO Xiao[2,3]

(1. Qufu Normal University, School of Cyberspace Security, Qufu, 273165, China; 2. Institute for Gravitational Wave Astronomy, Henan Academy of Sciences, Zhengzhou 450046, China; 3. School of Fundamental Physics and Mathematical Sciences, Hangzhou Institute for Advanced Study, University of Chinese Academy of Sciences, Hangzhou, 310024, China)

Abstract: To address the high computational cost of traditional Bayesian inference, a ring-topology particle swarm optimization algorithm with boundary reflection (RT-PSO-BR) is introduced for the analysis of lensed gravitational-wave data. Based on simulated data of gravitational-wave signals from binary black hole mergers, efficient parameter estimation is achieved for the six-dimensional parameters $(r, M_c, t_c, \phi_c, I, \Delta t)$ of the lensed gravitational-wave model. Experimental results show that RT-PSO-BR achieves parameter estimation accuracy comparable to that of nested sampling (Bilby dynesty), while reducing the runtime by more than 30%. Furthermore, by combining RT-PSO-BR with the optimization strategy of Bilby dynesty, high-precision parameter estimation can be achieved while avoiding local optima, with a further reduction in total computation time of approximately 10%.

Key words: gravitational waves; lensed gravitational waves; particle swarm algorithm; gravitational lensing