

文章编号: 1000-8349(2011)04-422-19

引力透镜和弱引力透镜的新方法

杨晓峰^{1,2}

(1. 中国科学院 上海天文台, 星系宇宙学重点实验室, 上海 200030; 2. 中国科学院 研究生院, 北京 100049)

摘要: 引力透镜是天体物理中最重要的工具和手段之一, 在宇宙学暗物质、暗能量、大尺度上的引力和系外行星探测中都发挥着巨大的作用。首先介绍了引力透镜的基本理论和近似, 其次给出了引力透镜的主要发展历史, 然后介绍了不同于光线偏折角的引力透镜理论新视角。之后评述了宇宙学中的弱引力透镜研究概况, 简要回顾了弱引力透镜测量的主流方法宇宙剪切及其观测进展和存在的问题。最后详细说明了弱引力透镜测量的新方法宇宙放大效应, 并介绍了宇宙放大效应的理论研究最新进展, 即得到了严格精确的互相关测量权重最优函数。

关键词: 引力透镜; 波阵面; 宇宙放大; 宇宙学; 暗物质; 暗能量

中图分类号: P145.2 **文献标识码:** A

1 引言

引力透镜效应是指背景源发出的光(或辐射)在经过前景天体引力场, 比如恒星、星系(团)或暗物质晕(或大尺度结构高密区)等附近时, 光线会像通过光学透镜一样发生偏折和类似会聚的作用。20世纪初, 引力透镜效应(光线在引力场中偏折)作为爱因斯坦广义相对论的经典预言得到了验证, 如今, 引力透镜又在天体物理学和宇宙学的研究中发挥着无与伦比的探针作用。根据尺度和效果的不同, 引力透镜通常可以分为3种: 微、弱和强引力透镜。不同种类的引力透镜区分并不十分严格, 一般根据应用范围才有具体的定义^[1]。微透镜(微引力透镜, 下同)是恒星级天体产生的, 曾用来搜寻银河系内的重子暗物质^[2], 但是效果甚微。不过, 如今微透镜却成为搜索系外行星的重要手段之一^[3], 尤其是搜索自漂行星^[4](Free-Floating Planets)最强有力的手段。自漂行星是不围绕任何恒星的流浪行星, 又被称为星际行星或孤儿行星等。强、弱透镜(强、弱引力透镜, 下同)主要用在更大的尺度上即星系、星系团和宇宙学上。强透镜一般会形成多重像或光弧, 弱透镜除了少数星系团的单透镜外都只是在统计上改变背景源的形状和数密度。强透镜除了可以单个研究以用来测量星系团暗晕(暗物质晕)密度轮廓和子结构(子暗晕, subhalo)外, 还成为暗晕中心区域密度轮

收稿日期: 2011-03-15; 修回日期: 2011-06-02

资助项目: 国家自然科学基金(Y045081001, 0942234001)

廓是尖峰 (cusp) 还是核球 (core) 之争论的关键探针之一^[5]; 此外还可以通过强透镜的时间延迟效应来测量哈勃常数; 同时强透镜也可以进行统计上的研究, 即用透镜产生率来限制宇宙学参数^[6]。但强透镜对于透镜体的质量分布等模型参数依赖很大, 并且透镜相对产生率比较低, 因此与弱透镜相比, 强透镜很难在精确宇宙学上发挥更大的作用。宇宙学上的弱透镜是由前景的大尺度结构产生, 可以说弱透镜在宇宙中无处不在, 所以可以很好地进行统计上的研究。弱透镜已经成为宇宙学家最强有力的工具之一, 是公认的暗物质、暗能量和宇宙学尺度上的引力性质探针之一^[7]。

戏剧性的是, 天体物理学家曾经用引力透镜来验证广义相对论, 如今宇宙学家又反过来用弱引力透镜来检验广义相对论在宇宙学尺度上是否需要修改^[8, 9]。引力透镜的基本理论和应用, 已有很多文献, 如傅莉萍^[1]的工作 (集中在宇宙剪切 (cosmic shear), 即弱透镜对星系形状改变的测量), 富坚^[2]工作 (微透镜对重子暗物质的搜索), 巴特莱曼 (Bartelmann)^[10]的工作, 施耐德 (Schneider)^[11]的工作等。弱引力透镜已发展成宇宙学中最热门研究方向之一, 因此相关理论和观测都发展得很快。考虑到内容的完整性, 本文首先简要回顾了引力透镜的历史、基本理论和公式, 然后评述了很少被系统说明的近似条件和理论新视角, 之后介绍了弱透镜测量的主流方法, 最后详细介绍了弱透镜测量的新方法及其理论新进展 (作者的工作)。

2 引力透镜的历史发展、基本理论及相关近似和理论新视角

2.1 引力透镜的历史、发展简要回顾

考虑到极少有文献给出引力透镜的发展历史 (尤其是近期的), 本节简要对其进行回顾。限于篇幅, 不能列出引力透镜的每一个进展细节, 且主要介绍观测方面的进展。有意思的是, 早在广义相对论之前就已经有光线经过太阳附近偏折即引力透镜的思想萌芽。一些早期的经典观测都已众所周知, 即使是近50年的历史也被一些文献零散地提起, 我们不一一列出参考文献, 只是进行收集和整理^[11, 14]。

1704年, 牛顿(Newton) 首次在他的巨著《光学》中讨论天体引力会导致光线弯曲的问题。

1784年, 卡文迪许(Cavendish) 尝试采用牛顿力学计算引力导致的光线弯曲。主要思想是基于光的微粒说, 把光线当成有质量的粒子组成, 并且这些粒子以光速运行。

1804年, 索莱登(Soldner) 第一次提出光线经过太阳会发生弯曲的想法。他基于牛顿力学计算出光线经过太阳表面弯曲的角度是 $0.84''$ 。

1911年, 在广义相对论问世之前, 爱因斯坦(Einstein) 仍然基于牛顿力学计算出 $0.83''$ 的偏折角。他计划在1914年的日全食时测量这个偏折角, 但被第一次世界大战打断。

1919年, 爱丁顿 (Eddington) 和戴森 (Dyson) 首次通过日全食验证这个偏折角, 广义相对论预言偏折角是牛顿理论预言的2倍。事实上此次测量的误差比结果还要大, 所以是否证实了广义相对论也是一件有争议的事情。同年洛奇 (Lodge) 指出广义相对论预言的光线偏折

会产生引力透镜现象。

1922年,坎普贝尔(Gampbell)在日全食期间对偏折角做了更精确的测量,得到的偏折角是牛顿力学预言的2倍,这样广义相对论的偏折角预言才得到最终确认。

1924年,丹尼洛维奇(Khvolson)注意到引力透镜可能产生双重像。他首次讨论了当背景源、前景透镜和地球精确在同一条直线上,并且距离合适时会产生一个围绕背景源的环形图像。

1936年,爱因斯坦具体研究了引力透镜可以导致“爱因斯坦环”的情况。虽然丹尼洛维奇第一次讨论了这种可能性,但由于爱因斯坦的巨大威望和影响,后人还是把这一结果完全看成是爱因斯坦的预言和成果。

1937年,茨维基(Zwicky)指出星系更容易产生引力透镜现象,因而成为宇宙中的“天然望远镜”。此前爱因斯坦等人考察的都是恒星级别的引力透镜。

1964年,夏皮罗(Shapiro)首次提出时间延迟效应,他指出这和光线偏折一样可以在太阳系内对广义相对论进行检验。同年瑞斯达(Refsdal)第一次提出时间延迟效应可以用来限制哈勃常数。

1979年,沃尔什(Walsh)等人发现一个类星体的完美镜像,这是人类第一次观测到强引力透镜。

1985年,地面望远镜发现首例“爱因斯坦十字”(强引力透镜多重像,连起来像个十字),后被哈勃望远镜再次观测到,从而被确认。

1986年,帕琴斯基(Paczynski)第一次讨论了银河系晕中不发光的暗天体(重子暗物质)作为微引力透镜(前景透镜)的可能性,认为它们有很高的概率被观测到。

1988年,休伊特(Hewitt)发现首个壮观的射电环(近乎完整的爱因斯坦环)。

1993年,第一个微引力透镜事例在大麦哲伦云(背景源在其中)中被发现。

1998年,首个完整的爱因斯坦环(光学波段)被哈勃望远镜发现。

2000年,弱引力透镜现象的主流方法(宇宙剪切)首次被成功验证,这意味着弱引力透镜宇宙学由纯理论研究阶段进入到观测应用阶段。

2005年,弱引力透镜的新方法(宇宙放大,cosmic magnification)即对背景星系数密度的改变被首次测量。斯克兰顿(Scranton)等人利用SDSS约3800个平方度的观测,对前景约130万个低红移星系和背景20万个类星体做数密度涨落互相关,得出高置信度测量(8σ)。

2006年,OGLE(Optical Gravitational Lensing Experiment)等团队通过微透镜效应首次发现一颗约5.5倍地球质量和轨道半径2.6 AU的系外类地行星。

2008年,哈勃望远镜发现了“双爱因斯坦环”,双环的成因是一个前景天体后面有两个距离不同的高红移星系,恰巧排在同一视线方向上,像一串糖葫芦。

2009年,宇宙放大效应第一次用普通高红移星系(此前是类星体)作为背景源被测量到。希尔德布兰特(Hildebrandt)和万瑞贝克(Waerbeke)等人利用CARS(CFHTLS-Archive-Research Survey)巡天数据,用前景星系和背景高红移LBG(Lyman-break galaxies)做数密度互相关。但其测量精度只与2005年斯克兰顿对SDSS的宇宙放大测量结果相当。

2011年, MOA (Microlensing Observations in Astrophysics) 和OGLE团队合作利用微透镜首次证实银河系中心存在数个自漂行星, 并推测银河系内木星大小的自漂行星要比主序星还要多一倍。在缺乏中心恒星能量辐射时, 自漂行星或可由浓密的大气层保存行星内部热量(放射性地热和地质活动)。因而自漂行星有可能不会被冻结, 这为地外生命甚至智慧生物的发现提供了更多的可能。

2.2 引力透镜的基本理论

鉴于引力透镜的最基本理论和公式都已被写进教科书, 我们不再赘述这些内容的细节和推导, 仅给出最基本的公式和说明^[12, 13]。

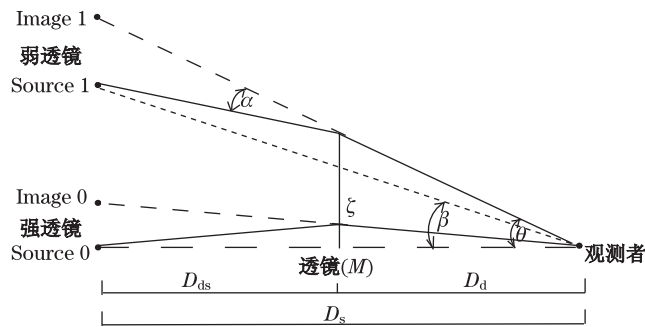


图 1 引力透镜的几何光学示意图

α 是光线偏折角(Image1), D_d , D_{ds} , D_s 分别是透镜与观测者、透镜与源、观测者与源之间的距离。光线离光轴很近时一般形成强透镜(Image0, 如果透镜体质量小则会形成微透镜), 光线稍远中心天体一般形成弱透镜(Image1)。此图仅为示意图, 真实的引力透镜源和像并非必须在一个平面上, 只有抽象的像平面而已。考虑引力透镜的碰撞距离和偏转角关系本质上不同于光学透镜(见2.3), 因而没有严格“像”的概念。此外除了强透镜, 弱透镜不会形成多重像, 只会导致星系的形状和数密度改变。微透镜只会改变背景源的光度^[2]。

2.2.1 偏转角

对于最简单的情形, 即透镜体为点质量 M 时和碰撞距离 $\xi \gg R_s = \frac{2GM}{c^2}$ 时光线偏折角(如图1), 碰撞距离 ξ 为光线离中心天体的垂直距离。光线接近史瓦希半径即在极强引力场下的“引力透镜”不属于一般引力透镜的范畴, 这里不予讨论。广义相对论预言的偏折角为:

$$\alpha = \frac{4GM}{c^2\xi}. \quad (1)$$

在弱场近似下 $\xi \gg R_s$, 偏转角都很小即 $\alpha \ll 1$, 并且广义相对论场方程可以被线性化。这样对于质量分布为 $\rho(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ 延展透镜体, 总偏转角就等于各质元偏转角(矢量)之和:

$$\alpha(\xi) = \frac{4G}{c^2} \int d^2\xi' \int dr'_3 \rho(\xi'_1, \xi'_2, r'_3) \frac{\xi - \xi'}{|\xi - \xi'|^2} = \frac{4G}{c^2} \int d^2\xi' \sum(\xi') \frac{\xi - \xi'}{|\xi - \xi'|^2}, \quad (2)$$

其中 $\sum(\xi') = \int dr'_3 \rho(\xi_1, \xi_2, r_3)$ 定义为体质量密度沿径向(光线方向即 r_3)积分后的面质量密度, (ξ_1, ξ_2) 为透镜平面上的碰撞矢量。除了玻恩近似(光线在透镜体周围近似直线传播)外, 这里还隐含了4大近似条件(详见2.3节)。

2.2.2 透镜方程

考虑图 1 中的Image1, 在 $\alpha, \beta, \theta \ll 1$ 情形下 (这也是绝大多数天体物理学家考虑的范畴内), 根据简单的几何关系可以得出透镜方程 (亦称光线路径, Ray-Trace方程):

$$\beta = \theta - \frac{D_{ds}}{D_s} \alpha = \theta - \hat{\alpha}, \quad (3)$$

上式中 $\hat{\alpha}$ 定义为定比偏转角 (Scaled Deflection Angle), 定比偏转角可由面质量密度表达:

$$\hat{\alpha} = \frac{1}{\pi} \int_{R^2} d^2\theta' \kappa(\theta') \frac{\theta - \theta'}{|\theta - \theta'|^2}, \quad (4)$$

这里 κ 被称为会聚 (convergence), 它是无量纲化的质量面密度, 即:

$$\kappa(\theta) = \sum(\xi') / \sum_{\text{critical}} \text{with} \sum_{\text{critical}} = \frac{c^2}{4\pi G} \frac{D_s}{D_d D_{ds}}, \quad (5)$$

临界质量面密度 \sum_{critical} 取决于透镜和源的距离, 会聚的大小 (κ) 体现了引力透镜的“强”和“弱”。一般而言, $\kappa > 1$ 为强透镜, $\kappa < 1$ 为弱透镜 (如单个星系团的弱透镜, 宇宙学统计上的弱透镜一般有 $\kappa \ll 1$)。而 $\kappa = 1$ 恰会产生一种奇妙的引力透镜现象即爱因斯坦环, 对应的爱因斯坦环角直径为:

$$\theta_E = \sqrt{\frac{4GM}{c^2} \frac{D_{ds}}{D_d D_s}}. \quad (6)$$

在宇宙学中一般 $D_{ds} + D_d \neq D_s$, 由此式可估算: 透镜体为恒星时爱因斯坦角直径为0.001''量级, 这对于目前的光学望远镜是不可分辨的。所以对于恒星级度的透镜天体, 只可能形成微引力透镜, 即前景天体通过地球和背景源的连线时将会短暂改变背景源的光度。对于爱因斯坦环和引力光弧, 只能在更大的尺度即星系和星系团的尺度上发现。典型大小星系对应的爱因斯坦环角半径为1', 而一般情形下射电望远镜的分辨率高于光学望远镜, 因此爱因斯坦环会最先在射电波段被观测到, 后来的观测也证明了这一点 (见2.1节)。

2.2.3 放大 (magnification) 和扭曲 (distortion)

引力透镜不改变光子的频率, 偏折角也对任意频率光子都相同, 即无色散。在光子没有被发射、吸收和不考虑透镜尺度的引力势阱随时间演化条件下, 刘维尔定理即光子数在相空间中守恒保证了光强(I)为一不变量:

$$I(\theta) = I^{(s)}[\beta(\theta)]. \quad (7)$$

即观测到的光强分布 $I(\theta)$ 和源平面的光强分布 $I^{(s)}$ 相等。在线性近似条件下, 我们可以用雅可比矩阵描述引力透镜对源图像的扭曲, 即源平面到像平面的映射为:

$$A(\theta) = \frac{\partial \beta}{\partial \theta} = \left(\delta_{i,j} - \frac{\partial^2 \psi(\theta)}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \right) = \begin{pmatrix} 1 - \kappa - \gamma_1 & -\gamma_2 \\ -\gamma_2 & 1 - \kappa + \gamma_1 \end{pmatrix}, \quad (8)$$

这里 ψ 为投影引力势, $\delta_{i,j}$ 为Delta函数, $\gamma = \gamma_1 + i\gamma_2$ 为剪切(正交的两个方向上扭曲图像形状)。会聚 κ 和剪切 γ 可以由投影引力势的泊松方程和二阶偏导数确定:

$$\nabla^2 \psi = 2\kappa; \quad \gamma_1 = \frac{1}{2}(\psi_{,11} - \psi_{,22}), \quad \gamma_2 = \psi_{,12}. \quad (9)$$

放大因子 (Magnification Factor) 对流量 (或面积, 因为光强不变) 的改变率定义为雅可比矩阵行列式的倒数:

$$\mu = \frac{1}{|A|} = \frac{1}{(1 - \kappa)^2 - |\gamma|^2}. \quad (10)$$

放大因子 (μ) 直接体现了引力透镜的放大能力 (也可能是缩小), 引力透镜对星系形状的扭曲则由剪切 (γ) 来体现。真实的宇宙剪切巡天中, 人们普遍使用约化剪切 (reduced shear) 定义:

$$g = \frac{\gamma}{1 - \kappa}. \quad (11)$$

宇宙剪切和剪切的区别在于前者是大样本统计性质, 后者一般指单个星系图像的扭曲。因为弱引力透镜信号很弱 ($|\gamma| \ll 1$) 并且人们不可能知道无引力透镜时的背景星系内禀图像形状, 所以单个星系的剪切效应几乎不能被测量。

2.3 引力透镜理论的标准近似

2.3.1 弱场近似

除了光线接近史瓦希半径外 (这不是本文讨论的引力透镜), 一般引力透镜对应的引力场都很弱, 因而可以用牛顿理论来近似描述。需要注意的是, 弱场近似并不意味着弱引力透镜。因为光线仍远离史瓦希半径, 即使是强引力透镜并且放大因子很大时引力场的弱场近似也依旧成立。广义相对论和牛顿理论的最大区别在于偏折角的加倍, 这可以简单地理解为: 广义相对论下的引力将使空间和时间产生大小相等符号相反的弯曲, 所以使光线偏折的角度是牛顿力学预言的2倍。采取了加倍的偏折角后就可以采用牛顿近似来处理, 比如对应的引力势梯度也加倍等。

从偏折角公式不难发现, “引力透镜” 这个名字其实不是非常恰当。考虑物理光学中的透镜, 光线离透镜体中心的距离越大偏折角也就越大。如果是理想透镜体, 所有平行入射的光线经透镜偏折后都会聚到一点 (或反向延长线), 这也是光学透镜能精确成像的原因。但是在引力透镜中, 光线的偏折角与碰撞距离 (ξ) 成反比。所以无论引力透镜的成像条件多么好, 都不可能精确成像, 而只能成一些模糊的像或爱因斯坦环等。可以说引力透镜的像差或像散非常“大”, 或等效说引力透镜没有焦点, 只可以用焦线代替。引力透镜的名字最早由爱因斯坦提出, 其实他还起了另外一个更有意思的名字: 引力幻影 (gravitational mirage)。但可能引力透镜听起来更物理, 所以被广泛采用。

对于广义相对论预言的引力透镜而言, 在弱场近似下除了偏折角还有另一种效应即时间延迟效应 (引力时间延迟, 下同)。时间延迟效应是指光线经过引力场时花费时间会比没有引力场存在时长。这可以通俗地理解为相对于平直时空光线经过引力场时的传播速度变慢^[14]。与引力红移的区别在于它是引力场造成的纯粹时间延迟效应, 并不改变光的频率。广义相对论预言的时间延迟为 $\Delta t = -\frac{4GM}{c^3} \ln \theta$, 其中 θ 是碰撞距离对应的投影张角。一般情况下 θ 非常小, 所以这个式子前面加了一个负号。这种时间延迟效应很容易用费马原理解释: 费马原理要求光子沿着总时间为极值的路径传播。在平直时空下, 光子走直线时间最短。由于引力场造成时空弯曲, 光子走不同的路径, 但仍然要求光子真实走的路径使光程取极值 (未必是极

小)。相对于平直时空,光子传播了更远的路程(和无引力场的情形下有个费马势的差值)或等效说光子在引力场中速度变慢即时间延迟。时间延迟和偏折角本质上是等效的描述,但是在引力透镜计算中为了方便更多采用偏折角描述。

时间延迟最早在太阳系内被验证,即“雷达回波”实验。这是广义相对论在太阳系内的又一个经典验证。具体是雷达发射一个电磁波脉冲被地内行星(水星和金星)或飞行器反射回地球。当来回的路径离太阳很远时,太阳引力场的影响可忽略不计。当来回路径经由太阳附近,太阳引力场就会加长电磁脉冲的传播时间。观测的结果和广义相对论的计算在很高的精度内符合。后来宇宙学家通过强引力透镜的时间延迟效应可以确定透镜的距离,再和红移(对应退行速度)比较即可测量哈勃常数。

2.3.2 薄透镜近似

类似光学透镜的薄透镜近似,相对于透镜到背景源和到观测者的距离而言,把透镜的厚度忽略不计。这相当于把沿视线的质量分布压缩到与视线垂直的平面上。对于恒星级、星系和星系团造成的引力透镜现象,薄透镜近似明显成立。对于大尺度结构造成的引力透镜,这种近似也同样成立。大尺度结构一般只产生弱引力透镜,因为弱对于低红移天体(如近邻星系)是体现不出来的。对于高红移天体,因为即使是暗晕的尺度与观测者到背景源的距离相比也可以忽略不计,薄透镜近似就同样合理。

物理光学可以处理厚透镜和多重透镜现象,基本方法就是多次成像。在引力透镜中,尤其弱引力透镜中,考虑到大尺度结构的延展性,人们也发展了多透镜技术^[12](multiple plane lensing)和光线追踪术^[15](ray tracing)。这两种技术大量应用在引力透镜数值模拟中,多透镜是把连续的暗物质分布给离散化分成多个透镜面(无厚即薄透镜化),然后多次成像从源平面一直到像平面;光线追踪术主要是在多透镜成像的基础上进行数值模拟,同样把暗物质分成多个透镜体平面。然后分别计算每个透镜面的雅可比矩阵,最后通过这些雅可比矩阵联立解出光线的传播路径。在宇宙学中,物质密度或星系的红移分布和演化很重要,人们逐渐发展起一套能携带红移信息的弱透镜方法,即弱透镜层析(weak lensing tomography)^[16]。这种方法的思想是把星系分成多个小红移区间,分别做互相关,以此来确定对红移的依赖关系。

2.3.3 小角近似

引力透镜中,光线与地球和透镜及地球和背景源之间的夹角都非常小。这样在计算的时候,可以把透镜体和背景源之间的夹角近似为 $\sin\theta \simeq \theta$ 。透镜体和背景源都非常遥远,小角近似就非常合理。

2.3.4 几何近似

根据波粒二象性,光子同时具有波动性,因此光子并非完全沿直线传播即发生衍射。但衍射的条件是障碍物尺度和光波波长可比拟,而天体的尺度要远远大于光波波长,即使是射电波也同样成立。所以对于引力透镜,几何光学非常完美,任何衍射都可忽略不计。另一方面,2.4节将介绍另一种理论视角:从波动光学来看引力透镜现象。在当今引力透镜的研究中,由于研究越来越精细,所以针对不同情形又有不同的二级近似。如计算二维功率谱

的Limber近似和计算宇宙剪切的KSB近似等, 限于篇幅不一一介绍。

2.4 引力透镜理论新视角: 波阵面分裂

在引力透镜中, 关于引力对光的作用表述有多种不同方式。一般的引力透镜理论都是从光线偏折角开始的, 事实上从纯理论定性来讨论, 我们还可以有另一种诠释: 波阵面 (wavefront, 亦称波前) 分裂解释。这也许是最具有深刻物理洞察力的解释^[17]。从图 2 可以看出, 若没有引力透镜存在即时空是平直的, 则背景源发出的辐射波阵面为完美的球面。当前景透镜出现时就会改变波阵面的形状, 光线和波阵面是正交的, 因而会改变光线的传播方向 (光线偏折), 产生引力透镜现象。

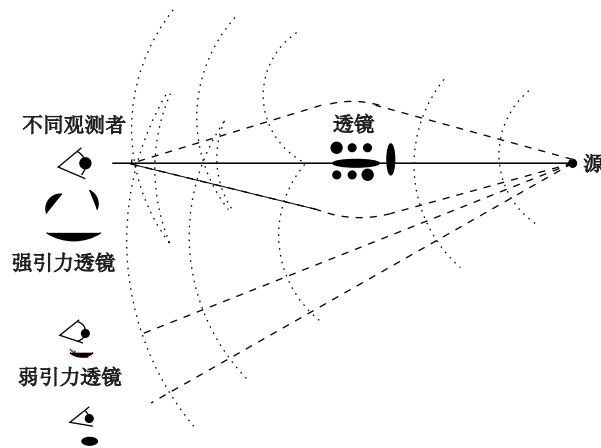


图 2 波阵面分裂解释^[17]

圆弧形虚线为背景源发射出光 (辐射) 的波阵面 (波前), 经过透镜周围的偏折直虚线代表光线路径。左边为不同区域的观测者, 从下往上分别会形成弱透镜 (宇宙学的和单个星系团的) 和强引力透镜, 如透镜体质量 (尺度) 很小则会形成微透镜。

在图 2 中, 远离透镜体的波阵面几乎不受任何影响, 而离透镜体越近, 波阵面的推进就会延缓得越强烈。对图中左边最上方的观测者, 由于透镜对波阵面的延缓是如此强烈, 导致上下两边的子波阵面会叠加起来, 因而产生多重像或引力光弧 (稍偏的强透镜)。如果透镜体质量很小, 即对应的爱因斯坦环不能被分辨 (如恒星级), 在这种位置就会形成微透镜。对于左下面的两个观测者, 因为波阵面无法重叠所以只能看见单个像。但由于波阵面形状还是改变了, 因此像的大小 (流量) 和形状是会改变的 (弱透镜)。

对于引力透镜的波阵面分裂解释, 我们可以做如下通俗的理解。波阵面是光线从源出发的传播等时点集合, 引力场会延缓部分波阵面的推进, 波阵面的形状被改变即光线的路径发生改变。我们可以做一个简单的小实验: 取一个形状可任意改变的透明塑料板, 一个小纸片和一个亮灯泡。让小纸片作为背景源接受灯泡照射作为次级波源, 塑料板作为引力透镜体。通过适当改变塑料板的形状, 可以看见纸片像的形状和大小发生改变甚至多重像的重叠和分离, 即透明塑料板改变了光波阵面的形状而使小纸片的像发生变化。

虽然波阵面分裂诠释对于引力透镜更直观更物理,也可以用来对单透镜系统做一些简单的计算以限制宇宙学参数^[18],并且对强引力透镜的焦散曲线等问题解释^[18]也是非常方便的,但是在实际应用中我们更多还是从光线偏折角出发进行研究和计算。原因在于从图2可以看出,引力透镜的波阵面分裂解释对应的不同透镜类型是考虑一个背景源和不同区域的观测者情形;而在天体物理中,我们必须从地球上观测,因此是一个观测者多个背景源的情形;所以在引力透镜的应用和计算中,更多的应用还是以偏折角或时间延迟描述为基础。

3 宇宙学中的弱引力透镜及其新方法

广义相对论断言物质决定时空,宇宙中的物质分布决定了宇宙的时空几何,因此物质分布的不均匀性(扰动)会导致背景时空的扰动。由于宇宙的时空度规存在扰动,光线按照实际的测地线传播,而不是均匀宇宙中的测地线(直线)传播。结果就是引力改变光线传播的路径,因此光线被透镜天体的时空扰动偏折,这是跟光学透镜类似但不完全相同的现象。除了小尺度的微透镜、中尺度的强透镜外,大尺度上的弱透镜会造成背景源形状的改变(宇宙剪切)和数密度的改变(宇宙放大)、宇宙微波背景辐射的各向异性和非高斯性等可观测效应。在宇宙学中弱引力透镜和其他探针相比有很大的优点:大尺度上引力占主导作用,即引力对弱引力透镜的功率谱(关联函数的傅里叶变换)起着决定性的作用。各种复杂的重子(气体)物理过程对弱引力透镜功率谱的影响不大于1%^[19, 20]。这意味着弱引力透镜物理非常干净,可以从第一性原理(广义相对论)进行计算,不涉及复杂的气体物理等过程,不需要经验公式和太多的假设。

弱透镜研究对于暗物质、暗能量和宇宙学尺度上的引力性质都有着极其重要的意义。弱透镜信号与透镜的具体物质组分无关,只与总的质量(重子物质加暗物质)分布有关。而暗物质又是物质的主要成分,同时对于暗物质的物理本质迄今仍不清楚,所以弱透镜是探测暗物质二维(沿视线投影)分布的重要工具。通过透镜层析技术能进一步重构出暗物质的三维分布图像(包含红移信息)。因为弱透镜的信号取决于宇宙大尺度结构的演化,而结构的演化又受到暗能量的巨大影响,所以弱透镜也成了探测暗能量的关键途径之一^[7]。除了暗物质和暗能量,弱透镜作为广义相对论在大尺度上的预言,因此还是宇宙学尺度上检验广义相对论的最重要手段之一^[8]。在广义相对论的弱透镜检测上,张鹏杰等^[23]提出了一种崭新的方法:用引力透镜效应和星系本动速度的红移畸变效应之比值(E_G)来探测引力性质,即大尺度上描述引力应是广义相对论还是修正引力论。这种方法避免了星系偏袒因子和物质扰动等因素的影响,可直接探测引力的性质从而在宇宙学尺度上检验广义相对论。2010年雷耶斯^[24]等人使用张鹏杰的方法得到很好的测量结果:他们利用SDSS的7万颗LBG(亮红星系)在 10^8 光年尺度上验证了广义相对论,在很高的精度下排除了多种修正引力论的可能。正在进行的(LAMOST和BOSS等)和计划中的(BigBOSS等)项目将会显著提高张鹏杰方法的测量精度,从而可以在1%的精度、红移 $z = 0 \sim 2$ 、几千万到几亿光年的尺度上检验广义相对论。弱引力透镜、星系红移畸变、宇宙微波背景辐射偏振和重子声波振荡等宇宙学主要探针也恰

巧都在本世纪初被成功探测, 这些探针组合起来就把天体物理学家带入了精确宇宙学时代。

3.1 弱引力透镜测量的主流方法: 宇宙剪切

弱透镜的主流测量方法是宇宙剪切, 即通过统计上背景星系的形状改变来测量。在没有前景透镜时, 星系的形状分布(椭率)是随机的(理论假设), 这和经由透镜后的星系形状分布比较即可得出弱透镜的性质。具体地说, 剪切是沿着视线方向上的物质分布对高红移星系所产生的弱透镜现象, 即引力透镜对背景星系的形状进行了扭曲从而改变其椭率^[1, 11, 12]。统计意义上的背景星系形状被扭曲即为宇宙剪切, 其直接反映了宇宙中物质的分布。首次探测到宇宙剪切是在2000年春, 4个独立的工作组^[25-28]分别探测到宇宙剪切信号; 近10年来, 宇宙剪切逐渐成为研究大尺度结构和宇宙学参数的经典手段之一^[21, 22, 30]。

迄今最宽的宇宙剪切观测是由傅丽萍等人^[29]用CFHTLS巡天(Canada-France-Hawaii telescope legacy survey)做出的。她们使用了CFHTLS3年数据, 样本天区面积达57个平方度, 包含近200万个星系。在进行了PSF(点源扩展函数)等修正后, 利用两点相关函数统计给出了从 $1' \sim 4^\circ$ 的宇宙剪切测量。与2000年的首次测量相比, 傅丽萍等人的测量在精度和巡天尺度上都有了显著的提高, 结合WMAP还给出了对于物质密度及 σ_8 的严格限制^[29]。2007年Massey等人^[21, 22]利用透镜层析技术对COSMOS(哈勃深场巡天)进行分析, 得出首个暗物质三维分布图。Massey等人同时验证了暗物质随红移变化的结构增长历史, 其工作是透镜层析方法的首次成功应用。2010年Schrabback^[30]等人利用COSMOS做了更精细和优化的宇宙剪切测量, 以限制宇宙学参数。他们优化了PSF模型, 更有效地去除了剪切的统计误差。Schrabback等人的测量也是迄今最深的宇宙剪切观测(最暗视星等26.7 mag, 但天区只有1.64平方度)。

随着大量测光巡天的进行, 有了星系的图像就可以做宇宙剪切测量, 宇宙剪切技术已经很成熟^[31]。虽然宇宙剪切发展迅速, 其测量方法和精度提高也很快^[29], 但宇宙剪切因需要对星系形状做精确测量, 所以在应用上还是有很大的误差, 尤其是存在一些很难彻底消除的系统误差, 主要包括星系的内禀指向问题(intrinsic alignment)^[34-41]和形状测量误差^[32, 33]。星系的内禀指向问题是指背景星系的形状并不是先前理论假设的随机分布。假使没有引力透镜的作用, 背景星系的形状(椭率)也并非随机分布, 而是在不同方向上存在一定的内禀相关性。由于前景大尺度结构作为透镜始终存在, 我们不可能直接探测到没有引力透镜下的背景星系形状分布是否随机; 所以, 虽然有人提出了一些可能的解决方案^[42, 43], 但是内禀指向问题本质上很严重并且很难被简单地克服。

宇宙剪切需要对背景星系的形状做精确测量。而星系不同于太阳, 并没有明显的边界。所以对于星系的椭率定义就有很多种不同的近似方法, 传统的是纯椭圆三参数模型。张军^[44]近来指出, 传统的宇宙剪切评估子(cosmic shear estimators)即使在不考虑PSF的情形下, 也会出现高度的非线性, 因而不能精确求出。在真有PSF参与的时候, 这个理想的宇宙剪切评估子是不存在的。这指明了宇宙剪切研究中的另一个系统误差, 并且是从原理上都无法消除的。这就更限制了宇宙剪切测量精度的再提高, 因此需要寻求新的弱引力透镜方法, 最好不依赖于星系形状的测量。

3.2 弱引力透镜的新方法：宇宙放大及其关键参数 α

宇宙放大效应作为弱引力透镜的新方法，和宇宙剪切的最大区别在于不需要测量星系的形状，因而可以避免涉及星系形状测量的全部误差。宇宙放大效应可分成两个子效应：首先引力透镜会放大对应的背景天区，这样背景星系数密度会下降；其次引力透镜会使背景星系变亮（流量变大），这样原来很暗低于巡天极限星等的星系就可能会出现在样本中，因此增加星系数密度。综合起来的净效应是改变星系数密度即宇宙放大效应，具体是增加还是降低星系数密度取决于星系计数对星等（流量）的对数斜率 α 。

很多工作^[45-47]都基于一种简化的 α 定义：假设星系光度函数为幂律形式。这样宇宙放大效应的关键参数 α 就简单地和光度函数的指数相同。很显然如类星体的光度函数就不是简单的幂律形式，而是双幂律形式。事实上这个假设不是必须的，我们可以由星系计数对流量的泰勒展开而准确定义 α 。这种定义与光度函数的具体形式无关，我们将给出一个不依赖光度函数形式的推导。首先从引力透镜的放大因子开始，放大因子是对应天区的面积放大率（流量的放大率）。放大因子的大小由分别代表引力透镜的会聚 κ 和剪切 γ 决定（见2.2节），即 $\mu = 1/[(1 - \kappa)^2 - \gamma^2] \approx 1 + 2\kappa$ 。弱透镜近似($\kappa, \gamma \ll 1$)下放大因子近似等于 $1 + 2\kappa$ 。需要注意的是放大因子取决于 κ 的大小，放大因子不一定是大于1而起的放大作用。当光线通过区域物质密度低于周边时，即物质密度涨落（ δ ）小于0时，因 κ 是对物质密度涨落沿视线方向的积分，这样 κ 是可能在局域小于0的，这种情形下放大因子就起“缩小”的作用。

考虑到星系计数有两种形式：积分 $N(> f)$ 和微分 $n(f)$ ，其关系为 $N(> f) = \int^f n(f)df$ 。这样对应的星系计数对数斜率 α 的精确定义也有两种形式。关于这点很多文献叙述得都不是很清楚，所以有必要在这里详细推导和澄清一下。首先推导积分星系计数对应的 α^N ，令 $N(> f)$ 为大于极限流量的星系数，对弱引力透镜的影响做泰勒展开，只保留一阶项：

$$N^L(> f^L) = \frac{1}{\mu} N\left(> \frac{f^L}{\mu}\right) = \frac{1}{\mu} \left[N(> f^L) + \frac{dN}{df^L} \left(\frac{f^L}{\mu} - f^L\right) \right], \quad (12)$$

其中上标 L 代表被透镜作用后的物理量。这个表达式体现出了放大因子对于对应天区的放大和流量的放大综合效果。改写上式，同时带入 $\mu \doteq 1 + 2\kappa$ 并保留一阶项，则得：

$$N^L = N \left[\left(\frac{1}{\mu} + \frac{f^L}{N} \frac{dN}{df^L} \left(\frac{1}{\mu^2} - \frac{1}{\mu} \right) \right) \right] \doteq N \left[1 - 2\kappa - 2\kappa \frac{f^L}{N} \frac{dN}{df^L} \right] = N[1 + 2(\alpha^N - 1)\kappa], \quad (13)$$

其中星系计数的对数斜率 α^N 定义为：

$$\alpha^N = -\frac{f^L}{N} \frac{dN}{df^L} \equiv -\frac{d \ln N(> f^L)}{d \ln f^L} \equiv -\frac{d \lg N(> f^L)}{d \lg f^L} \equiv 2.5 \frac{d \lg N(< m)}{dm}. \quad (14)$$

以上4种形式基本囊括了文献中的绝大多数写法。最后一种定义是对视星等（ m ）做的，这很容易根据视星等和流量的关系转化而来。其次推导微分星系计数对应的 α^n ，令 $n(f)$ 为星系的流量数密度，同上做泰勒展开保留一阶项：

$$n^L(f^L) = \frac{1}{\mu^2} n\left(\frac{f^L}{\mu}\right) = \frac{1}{\mu^2} \left[n(f^L) + \frac{dn}{df^L} \left(\frac{f^L}{\mu} - f^L\right) \right], \quad (15)$$

与式 (12) 不同在于前置因子的变化。除了天区面积放大了 μ 倍外, 单位流量也放大了 μ 倍, 所以总的效果是对数密度稀释了 $1/\mu^2$ 倍。类似式 (12) 和式 (13) 推导, 保留一阶近似:

$$n^L \doteq n \left[1 - 4\kappa - 2\kappa \frac{f^L}{n} \frac{dn}{df^L} \right] = n[1 + 2(\alpha^n - 1)\kappa], \quad (16)$$

其中星系计数的对数斜率 α^n 定义为:

$$\alpha^n = -\frac{f^L}{n} \frac{dn}{df^L} - 1 \equiv -\frac{d \ln n(f^L)}{d \ln f^L} - 1 \equiv 2.5 \frac{d \lg n(m)}{dm} - 1. \quad (17)$$

严格地讲, 这种定义是基于没有被引力透镜作用过的光度函数 (内禀光度函数) 而言。但在实践中不可能知道高红移星系的内禀光度函数, 所以通常都是用经由透镜效应后的光度函数代替, 这对于宇宙放大效应来说只是一个高阶修正, 可以忽略不计。从两种略微不同的定义 (式 (14), (17)) 可以看出, 如果假设光度函数为简单的幂律形式 ($n(f) \approx f^{-\alpha}$), 则有 $\alpha^N \equiv \alpha^n$ 。这很可能是文献^[45-47] 普遍喜欢假设光度函数为幂律形式, 并多把两种定义混淆的原因之一。在宇宙放大的实际应用中, 因为信号一般都很微弱, 我们需要对不同的流量做优化 (加权平均), 所以更多的是使用微分形式的 α^n 。下文如无特殊说明, 星系计数的对数斜率 α 均为以上推导中的 α^n , 并且 α 除了是星等 (流量) 的函数外还是红移的函数。

3.3 宇宙放大效应的早期发展

宇宙放大的名称是梅纳德 (Menard) 在 2002 年首次明确提出^[48]。最原始的想法即关于前景星系和背景高红移类星体可能存在由弱透镜造成的关联性 (那时称成协), 在 20 世纪 90 年代就被巴特莱曼 (Bartelmann) 和施耐德 (Schneider)^[49] 注意到。但这一效应在很长时间内被人们当成一种偏袒即放大偏袒 (Magnification Bias) 而非弱透镜的一种新效应, 迄今还有很多宇宙学家依然称其为放大偏袒。这个放大偏袒效应的理论研究还比较少, 观测上曾出现一些互相矛盾的证实或证伪^[47] 结果。这使得很长时间内放大偏袒效应是否真的存在一直在争议中, 并且观测上一直处在比较模糊的状态。

2005 年的观测和理论进展彻底改变了这种状态。首先是观测上的巨大突破, Scranton 等人^[45] 利用 SDSS 的前景星系和背景类星体做互相关, 第一次得出了宇宙放大效应的高置信度测量。其次是理论上的详尽研究, 张鹏杰和 Pen Ue-Li^[50, 51] 从理论上阐明了宇宙放大效应的原理和推论及其在宇宙学中潜在的巨大威力 (对未来巡天做预言)。宇宙放大效应可以和宇宙剪切一样用来探测暗物质和暗能量, 还可以限制宇宙的几何和引力的性质。之后宇宙放大一词便逐渐地取代了放大偏袒, 即把其当成可以和宇宙剪切相提并论的另一种弱透镜效应。但是和宇宙剪切效应相比, 宇宙放大效应还很少被研究, 主要是观测精度上的困难和理论上的困难 (如何进行最优信噪比评估等)。

根据张鹏杰等人的工作^[50, 51], 首先考虑式 (16) ($\kappa \ll 1$) 对应的星系数目密度涨落改变:

$$\delta_g^L = \delta_g + 2(\alpha - 1)\kappa, \quad (18)$$

这里的密度涨落 δ_g 又称密度反差 (Contrast), 其定义为 $\delta = \frac{n - \langle n \rangle}{\langle n \rangle}$ 。对于前景星系和背景星系而言, 只要距离分开得足够好 (在观测中想彻底分清并不是很容易), 让其占据不同暗晕或

不同局域密度场,就不会有物理上的关联。如果这两部分的数密度(涨落)出现关联,唯一的可能就是来自于背景星系的光线受到前景星系及其占据的暗晕产生的引力透镜影响。而星系可以说是暗物质聚集的灯塔(tracer,两者差一个星系和暗物质之间的偏袒因子),于是在前景和背景星系间产生互相关:

$$\langle \delta_f^L \delta_b^L \rangle = 2(\alpha_b - 1)\langle \kappa_b \delta_f \rangle + 2(\alpha_f - 1)\langle \kappa_f \delta_b \rangle + 4(\alpha_f - 1)(\alpha_b - 1)\langle \kappa_f \kappa_b \rangle, \quad (19)$$

其中,“f”代表前景星系,“b”代表背景星系, $\langle \dots \rangle$ 代表对空间求平均。等号右边已经把 $\langle \delta_f \delta_b \rangle$ 即内禀关联性忽略,因为对于物理上分离很好的前景和背景星系不会有这一项。基于物理上的考虑, $\langle \kappa_f \delta_b \rangle$ 也应该等于零,原因在于只可能存在前景引力透镜对背景星系产生的影响,不可能出现背景引力透镜对前景星系产生的影响;即只存在背景放大效应 κ_b 和前景星系 δ_f (其与暗晕一起构成透镜)的互相关 $\langle \kappa_b \delta_f \rangle$,不存在前景放大效应 κ_f 和背景星系 δ_b 的互相关 $\langle \kappa_f \delta_b \rangle$ 。等式的最后一项是前景放大和背景放大的互相关,考虑到典型情形下 $\langle \kappa \rangle$ 比 $\langle \delta_g \rangle$ 小1个数量级,即 $\langle \kappa_f \kappa_b \rangle$ 可以忽略不计,于是有

$$\langle \delta_f^L \delta_b^L \rangle \simeq 2(\alpha_b - 1)\langle \kappa_b \delta_f \rangle, \quad (20)$$

这就是宇宙放大效应的互相关信号,我们把它记成功率谱形式 C_l^{CM-g} 。上标表示放大效应和星系的互相关,下标表示大小随角度(张角和球谐函数展开多极矩 l 成反比,下文功率谱中除了 C_l^{CM-g} 外均省略 l)的变化。为了形式上的方便,本文均采用功率谱描述代替相关函数描述(观测上多用等效的相关函数或称关联函数)。

3.4 宇宙放大理论发展:传统的互相关优化函数

对于宇宙放大互相关信噪比分析,标准的统计误差(噪声)为:

$$\Delta C_l^{CM-g} = \sqrt{\frac{(C_l^{CM-g})^2 + (C_{g,b} + C_{s,b})(C_{g,f} + C_{s,f})}{(2l+1)\Delta l f_{\text{sky}}}}, \quad (21)$$

其中 f_{sky} 为巡天面积和全天的比值, $C_s = 4\pi f_{\text{sky}}/N_{b(\text{or } f)}$ 是白噪声(shot noise), $N_{b(\text{or } f)}$ 为所考虑的背景或前景对应红移区间里的星系数目, Δl 为计算信噪比所取的多极矩小区间,一般取 $\Delta l = 0.2l$ 。在这种定义下测量误差主要包括两部分:星系的自相关功率谱 $C_{g,b(\text{or } f)}$ (intrinsic clustering,内禀成团性)和白噪声。典型情形下星系自相关功率谱 C_g 要远大于宇宙放大互相关信号 C_l^{CM-g} 。但这点不是绝对的,因为红移越高星系内禀成团性越弱,密度涨落趋于均匀, C_g 随红移增大而降低;同时 κ 由于对视线方向的密度涨落积分而随红移增高而变大, C_l^{CM-g} 随背景红移变大而增强,所以当红移非常高时 C_g 有可能小于 C_l^{CM-g} (如红移大于5时,但如此高红移的星系已经极其稀少,不能用来做弱透镜的统计测量)。

考虑到噪声 C_g 比信号 C_l^{CM-g} 大很多,为了可以测量到 $2(\alpha_b - 1)\langle \kappa_b \delta_f \rangle$,我们寻求一个以视星等和红移为变量的最优函数 W_i 。用 W_i 对背景星系数密度涨落(式(18))做一个加权优化处理,使总的信噪比达到最高:

$$\sum_i W_i \delta_{gb}^L = \sum_i W_i \delta_{gb} + \sum_i 2W_i (\alpha_b - 1) \kappa_b. \quad (22)$$

其中, i 表示不同的视星等小分格。当我们考虑确定的背景红移区间时, W_i 就是只关于视星等 (流量) 的函数。优化后的总信噪比为:

$$\begin{aligned} \left(\frac{S}{N}\right)_W^2 &= \sum_l \left[\frac{\langle C_l^{CM-g} \rangle_W}{\langle \Delta C_l^{CM-g} \rangle_W} \right]^2 = \sum_l \frac{(2l+1)\Delta l f_{\text{sky}} \langle C_l^{CM-g} \rangle_W^2}{\langle C_l^{CM-g} \rangle_W^2 + (\langle C_{g,b} \rangle_W + \langle C_{s,b} \rangle_W)(C_{g,f} + C_{s,f})} \\ &= \sum_l \frac{(2l+1)\Delta l f_{\text{sky}}}{1 + (C_{g,f} + C_{s,f}) \frac{\langle bW \rangle^2 C_{m,b} + (W^2) C_{s,b}}{4(W(\alpha-1))^2 C_{\kappa_g}^2}}. \end{aligned} \quad (23)$$

这里 $C_{\kappa_g} = \langle \kappa_b \delta_f \rangle$, $\langle C^{CM-g} \rangle_W = \langle 2(\alpha_b - 1)W \rangle C_{\kappa_g}$, $\langle C_{g,b} \rangle_W = \langle b_g W \rangle^2 C_{m,b}$ 。 $C_{m,b}$ 为物质密度功率谱, 其和星系的功率谱之间差一个偏袒因子。算符 $\langle \cdot \rangle$ 与之前的功率谱空间平均 $\langle \dots \rangle$ 略有不同, 这里的 $\langle \cdot \rangle$ 运算准确定义为

$$\langle uv \rangle = \frac{\int^{m_c} u(m)v(m)n(m)dm}{\int^{m_c} n(m)dm}, \quad (24)$$

其中, u, v 是关于星等 (m) 的任意函数, 此外 u, v 还可以是红移的函数, $n(m)$ 是星系数的星等分布函数 (流量数密度)。宇宙放大互相关研究者们普遍采用梅纳德和巴特莱曼在2002年第一次提出的^[52] 最优函数(Optimal Estimator):

$$W_i = \alpha_b - 1, \quad (25)$$

即权重后的信号变成 $(\alpha_b - 1)^2 C_{\kappa_g}$, 对应的背景星系自相关功率谱和白噪声也会被相应权重。这一最优函数 $\alpha - 1$ 近来在观测和理论中被广泛使用^[45-47, 53]。

3.5 宇宙放大理论最新进展: 互相关评估的最优函数

宇宙放大的最新进展主要是理论方面的, 观测方面提高不多 (从斯克兰顿以来)。最近的测量^[46, 47] 还是和2005年的测量精度差不多 (信噪比都没较大的提高)。

笔者^[54] 发现, 梅纳德和巴特莱曼提出的宇宙放大互相关信噪比最优函数只在一种简化的情形下成立: 背景白噪声远大于内禀成团性。这一点可以从对信号和噪声的全面考察 (式 (23)) 中看出。注意式 (23) 右下方包含优化函数 W 的项, 当 $C_{m,b} \rightarrow 0$ 即 $C_{s,b} \gg C_{m,b}$ 时, 整体信噪比作为一个关于 W 的泛函取极值条件为 $\alpha - 1$ (可由柯西积分不等式证明)。很可能之前的理论和观测研究都没有认识到, 背景星系内禀成团性也应该作为误差项存在, 而从互相关功率谱分析可以得出这一项确实是存在的。人们普遍采用 $\alpha - 1$ 作为最优函数虽然在理论上有缺陷, 但是在目前的巡天 (如SDSS) 中因为 $C_{s,b} \gg C_{m,b}$, 这一近似最优函数确实是正确的。然而星系内禀成团性会随红移升高而降低, 同时白噪声 $C_{s,b}$ 与星系数密度成反比。对于将来更强大的巡天, 会观测到更高的星系数密度即更低的白噪声, 梅纳德和巴特莱曼最优函数的前提近似条件可能就要失效。如BigBOSS的 $C_{m,b}/C_{s,b}$ 就可以达到0.1的量级, 这样考虑BigBOSS及以上的巡天, $\alpha - 1$ 就不能再称为宇宙放大互相关的最优权重函数。

我们全面考察了信噪比关系 (式 (23)), 通过严格的变分法 (泛函分析) 得到了精确的宇宙放大互相关最优函数^[54]。我们考虑了两种不同的情形: 最简单权重函数 (尺度无关) 和

尺度依赖的最优函数。对于尺度无关的情形,即权重函数 W_i 是对所有尺度(l)共有的,这样对背景星系数密度涨落的权重可定义为 $\sum_i W_i \delta_{g,b}^{(i)}$ 。更一般的情形也是真正最优的情形是尺度依赖权重函数,即 W_i 不仅是视星等的函数还是尺度(l)的函数,这样定义在傅里叶空间的权重方式是 $\sum_i \sum_l W_i(l) \tilde{\delta}_{g,b}^{(i)}(\ell)$ 。为了简洁,令 $\eta = \frac{C_{s,b}(C_{g,f} + C_{s,f})}{C_{\kappa g}^2}$, $\nu = C_{m,b}/C_{s,b}$, $F(W) = \eta \frac{\nu(bW)^2 + (W^2)}{4(W(\alpha_b - 1))^2}$, 我们推导出严格的尺度无关权重函数为^[54]:

$$W = (\alpha_b - 1) + \varepsilon b_{g,b}, \quad (26)$$

这里 ε 是尺度无关的常数,由下面的隐函数方程确定

$$\varepsilon = -\frac{\langle(\alpha_b - 1)b\rangle}{\sum^1 / \sum^2 + \langle b_{g,b}^2 \rangle}, \quad (27)$$

其中, $\sum^1 = \sum_l \frac{(2l+1)\Delta l \eta}{(1+F)^2}$, $\sum^2 = \sum_l \frac{(2l+1)\Delta l \eta \nu}{(1+F)^2}$ 。同时我们也推导出尺度依赖情形下的最优权重函数精确解析表达式^[54]:

$$W = (\alpha_b - 1) + \left[-\frac{C_{m,b} \langle(\alpha_b - 1)b_{g,b}\rangle}{C_{s,b} \left(1 + \frac{C_{m,b}}{C_{s,b}} \langle b_{g,b}^2 \rangle\right)} \right] b_{g,b}. \quad (28)$$

这个式子的形式与尺度无关解(式(26))形式相同,不同之处在于尺度无关常数 ε 变成了一个依赖于尺度的函数。

从我们的精确解(式(26),(28))很容易看出,当 $C_{m,b}/C_{s,b} \approx C_{g,b}/C_{s,b} \rightarrow 0$ 时,我们的精确解会自动退化到梅纳德和巴特莱曼的^[52]优化函数 $\alpha - 1$ 。对于SDSS巡天,因其星系的内禀成团性确实远小于背景白噪声,所以测量宇宙放大效应的互相关用优化函数 $\alpha - 1$ 足够好。然而对于未来更强大的巡天,如DES, BigBOSS, LSST和SKA及更先进的巡天,因为背景白噪声已经非常小,可以和星系内禀成团性比拟甚至更低,所以需要精确的最优函数来对星等(流量)做加权平均测量。理论计算表明,对于BigBOSS巡天,使用最优函数会比传统的优化函数对信噪比提高15%~20%^[54]。如果未来巡天的星系白噪声只有BigBOSS的1/10,这一提高可以达到38%~51%^[54]。更进一步,如果巡天的星系数密度达到BigBOSS的100倍即白噪声降低100倍(现在的巡天CFHTLS和COSMOS已经比这还要好),则我们的最优函数将会提高信噪比近1倍^[54]。

因为宇宙放大和宇宙剪切的物理本质都是弱引力透镜,不同点在于测量方法上(星系密度和形状),所以宇宙放大作为弱引力透镜的新方法在不久的将来一定会和宇宙剪切一样体现出其在宇宙学研究中的巨大威力。宇宙放大的测量精度大幅提高之后,就可以将其分成很多红移小区间即和宇宙剪切一样做透镜层析,这可以直接限制宇宙的几何^[55]。但是目前少量的宇宙放大测量都还普遍存在一个重要的问题:选取的都是测光红移样本而没有光谱红移样本,即使是最新的观测^[47]也只是前景星系包含了不到五分之一的光谱红移样本。客观原因是目前的大样本巡天主要都是照像巡天,有光谱红移的很少(除LAMOST, BOSS和未来的BigBOSS及SKA等),比如SDSS光谱样本只占总样本的1/10左右。测光红移将导致两个问题:信噪比的降低和宇宙放大互相关信号被污染。我们的初步理论计算表明对于一个光谱巡

天, 光谱红移将会比测光红移(对光谱巡天假设的测光红移)对总信噪比有一定提高; 测光红移可能带来更严重的问题, 即宇宙放大信号会被重叠的星系自相关强烈污染^[56]。因为测光红移和真实红移之间存在着系统误差与统计误差, 这样就不能很容易将前景和背景的星系分开得很干净。而星系自相关又比宇宙放大信号强很多, 这样即使很小的测光红移误差也会对宇宙放大互相关测量造成很大的影响(这个工作还在进行中^[56])。

4 结 语

引力透镜是天体物理学中最重要的研究对象之一。在系外行星探测中, 微引力透镜发挥着不可或缺的作用, 尤其是对于系外类地行星和自漂行星的探测更是举足轻重; 对于星系团及其暗晕的密度轮廓、子结构和中心密度尖峰等研究, 强引力透镜一直都起着很重要的作用, 对于高红移天体的观测, 强引力透镜作为天然的望远镜更是可以帮助我们看得更远, 发现更高红移的天体; 弱引力透镜在宇宙学中的作用越来越大, 尤其是在研究暗物质暗能量和大尺度的引力性质上体现出强有力的探针作用。但是目前主流的弱引力透镜探测方法还是宇宙剪切, 宇宙剪切需要对星系形状做精确测量而涉及一些复杂的统计和系统误差。本文介绍的新方法宇宙放大效应可以避免因需要测量星系形状而带来的误差, 但是对红移测量精度要求要高一些。对于测光巡天, 既可以做宇宙剪切测量也可以进行宇宙放大测量; 而对于光谱巡天, 则只能用宇宙放大效应来做弱引力透镜测量。这样可以让宇宙放大和宇宙剪切互相补充互相检验以提高精度, 增强我们对于精确宇宙学的信心。

此前的优化函数虽被广泛使用, 但却是一种近似, 即在背景白噪声远高于星系内禀成团性下的最优函数。这种近似条件在一些目前的巡天(如SDSS)中是成立的, 但是对于现在和未来更强大的巡天(如BigBOSS)将不再成立。因此, 我们推荐对于进行中和未来的大型巡天, 如BigBOSS, CFHTLS, COSMOS, DES, Euclid, LSST, SKA和WFIRST等使用我们的最优函数来做宇宙放大测量。随着大型巡天的不断发展, 高红移星系样本将会越来越大, 宇宙放大效应也将会越来越重要。最终, 宇宙放大效应也许会 and 宇宙剪切效应一样, 为精确宇宙学的参数精度提高、探索暗物质和暗能量的本质及宇宙学大尺度上的引力性质做出巨大的贡献。

致谢

感谢审稿人提出的建设性审阅意见和非常有意义的修改建议。

参考文献:

- [1] 傅莉萍, 束成钢. 天文学进展, 2005, 23: 56
- [2] 富坚, 杨晓峰, 阎震. 中国科学院上海天文台年刊, 2007, 28: 66
- [3] Bozza V, Novati S C, Mancini L, et al. <http://arxiv.org/abs/1102.0452>, astro-ph/1102.0452, 2011

-
- [4] Sumi T, Kamiya K, Bennett D P, et al. *Nature*, 2011, 473: 349
- [5] Li Nan, Chen D M. *Res.Astron.Astrophys*, 2009, 9: 1173
- [6] Jullo E, Natarajan P, Kneib J P, et al. *Science*, 2010, 329: 924
- [7] Albrecht A, Bernstein G, Cahn R, et al. <http://arxiv.org/abs/astro-ph/0609591>, astro-ph/0609591, 2006
- [8] Jain B, Zhang P J. *Phys. Rev. D*, 2008, 78: 063503
- [9] Dossett J, Moldenhauer J, Ishak M. *Phys. Rev. D*, 2011, 84: 023012
- [10] Bartelmann M. <http://arxiv.org/abs/1010.3829>, astro-ph/1010.3829, 2010
- [11] Schneider P, Kochanek C, Wambsganss J. *Gravitational Lensing: Strong, Weak and Micro*. Netherlands: Springer, 2006: 269
- [12] Schneider P, Ehlers J, Falco E E. *Gravitational Lensing*. Berlin: Springer. 2002: 192
- [13] Bartelmann M, Schneider P. *Physics Reports*, 2001, 340: 291
- [14] 向守平, 冯珑珑译. *引力与时空*. 北京: 科学出版社, 2006: 150
- [15] Jain B, Seljak U, White S. *ApJ*, 2000, 530: 547
- [16] Hu W. *Astrophys J*. 1999, 522: L21
- [17] Saha P. *Gravitational Lensing*, <http://www.astro.caltech.edu/george/ay21/ea/ea-gravlensing.pdf>, 2006
- [18] Wucknitz O. *Golden Lenses*. Jodrell Bank: Springer, 1997: 28
- [19] Jing Y P, Zhang P J, Lin W P. *ApJ*, 2006, 640: L119
- [20] Rudd D H, Zentner A R, Kravtsov A V. *ApJ*, 2008, 672: 19
- [21] Massey R, Rhodes J, Leauthaud A, et al. *ApJS*, 2007, 172: 239
- [22] Massey R, Rhodes J, Ellis R, et al. *Nature*, 2007, 445: 286
- [23] Zhang P J, Michele L, Rachel B, et al. *Phys. Rev. Lett.*, 2007, 99: 141302
- [24] Reyes R, Mandelbaum R, Seljak U, et al. *Nature*, 2010, 464: 256
- [25] Bacon D, Refregier A, Ellis R. *MNRAS*, 2000, 318: 625
- [26] Kaiser N, Wilson G, Luppino G. <http://arxiv.org/abs/astro-ph/0003338>, astro-ph/0003338, 2010
- [27] Waerbeke V, Mellier L Y, Erben T, et al. *A&A*, 2000, 358: 30
- [28] Wittman D M, Tyson J A, Kirkman D, et al. *Nature*, 2000, 405: 143
- [29] Fu L P, Semboloni E, Hoekstraet H, et al. *A&A*, 2008, 479: 9
- [30] Schrabback T, Hartlap J, Joachimi B, et al. *A&A*, 516: 63
- [31] Hoekstra H, Jain B. *Ann.Rev.Nucl.Part.Sci*, 2008, 58: 99
- [32] Heymans C, Waerbeke V, Bacon D, et al. *MNRAS*, 2006, 368: 1323
- [33] Massey R, Heymans C, Berge J, et al. *MNRAS*, 2007, 376: 13
- [34] Heavens A, Refregier A, Heymans C. *MNRAS*, 2000, 319: 649
- [35] Croft R A, Metzler C A. *ApJ*, 2000, 545: 561
- [36] Jing Y P. *MNRAS*, 2002,335: L89
- [37] Hirata C M, Seljak U. *Phys. Rev. D*, 2004, 70: 063526
- [38] Mandelbaum R, Hirata C M, Ishak M, et al. *MNRAS*, 2006, 367: 611
- [39] Hirata C M. *MNRAS*, 2007, 381: 1197
- [40] Okumura T, Jing Y P. *ApJ*, 2009, 694: L83
- [41] Okumura T, Jing Y P, Li C. *ApJ*, 2009, 694: 214
- [42] Zhang P J. *ApJ*, 2009, 720: 1090
- [43] Zhang P J. *MNRAS*, 2009, 406: L95
- [44] Zhang J, Komatsu E. <http://arxiv.org/abs/1002.3615>, astro-ph/1002.3615, 2010
- [45] Scranton R, Menard B, Richards G T, et al. *ApJ*, 2005, 633: 589
- [46] Hildebrandt H, Waerbeke V, Erben T. <http://arxiv.org/abs/0906.1580>, astro-ph/0906.1580, 2009
- [47] Wang L, Cooray A, Farrah D, et al. <http://arxiv.org/abs/1101.4796>, astro-ph/1101.4796, 2011
- [48] Menard B. *Proceedings SF2A-2002*, Combes F, Barret D, eds. Paris: EDP-Sciences, 2002: 128
- [49] Bartelmann M, Schneider P. <http://arxiv.org/abs/astro-ph/9311008>, astro-ph/9311008, 1993
- [50] Zhang P J, Pen U L. *MNRAS*, 2006, 367: 169
- [51] Zhang P J, Pen U L. *Phys. Rev. Lett.*, 2005, 95: 241302

- [52] Menard B, Bartelmann M. *A&A*, 2002, 386: 784
[53] Waerbeke V. <http://arxiv.org/abs/0906.1583>, astro-ph/0906.1583, 2009
[54] Yang X F, Zhang P J. *MNRAS Letters*, 2011, 415: L45
[55] Jain B, Taylor A. *Phys. Rev. Lett.*, 2003, 91: 141302
[56] Yang X F, Zhang P J. in preparing, 2011

Gravitational Lensing and the New Method in Weak Gravitational Lensing

YANG Xiao-feng^{1,2}

(1. Key Laboratory for Research in Galaxies and Cosmology, Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200030, China; 2. Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: Gravitational lensing is one of the most powerful tools in astrophysics. In particular it is significant in the explorations of extra-solar planets, in the investigations of the dark universe (dark matter and dark energy), and in testing gravity at cosmological scales. The great advantage of gravitational lensing is that it is directly dependent on gravity only, and does not depend on the nature of dark matter or complicated baryonic physics.

First, we review the fundamental theory and approximations of gravitational lensing in which matter distribution (such as a stars, galaxies, galaxy clusters or large scale structure(LSS)) bends light propagating between a distant source and the observer. We discuss three types of gravitational lensing based on the scale of the lensing system: micro, weak, and strong lensing and their applications in extra-solar planet searches (micro lensing) and constraining density profile of dark matter halos (strong lensing). Then we report and review new progresses in gravitational lensing and introduce a new interpretation of gravitational lensing by employing the split of wavefront.

Second, we discuss the use of weak lensing in cosmology. Gravitational lensing can be split into convergence and shear terms. The convergence magnifies the fluxes of background galaxies by increasing their sizes, while the shear stretches them tangentially around the foreground mass. Since the distortion of the shape and size of the galaxies is weak and tiny, significant shear effects can only be detected statistically using large number of background galaxies. This effect is known as cosmic shear. In the past decade, there are a number of works focusing on using cosmic shear effect to study the LSS and to constrain cosmological parameters. However, weak lensing measurements through cosmic shear still suffers from observational uncertainties and systematics such as the intrinsic alignment and the shape

error of galaxies.

Finally, we introduce a new method to reconstruct weak lensing through cosmic magnification. The cosmic magnification changes the galaxy number density with respect to the distortion of images by cosmic shear. The magnification effect of increasing flux and solid angle either enhances or suppresses galaxy number density, depending on the logarithmic slope (α) of the galaxy luminosity function at the observational flux limit. Cosmic magnification effect introduces extra correlations in galaxy clustering and correlates galaxies at widely separated redshifts. It has been shown that weighting each background object by its $\alpha - 1$ can significantly improve the cosmic magnification measurement. However, we find that this weighting function is optimal only for sparse background populations in which intrinsic clustering is negligible with respect to shot noise. We derive the optimal weighting function for the general case including scale dependent and scale independent weights. Our weighting function outperforms the commonly used weighting function $\alpha - 1$ by larger factors for surveys with denser background populations. We believe our optimal weighting function for cosmic magnification measurement will be useful in BigBOSS, CFHTLS, COSMOS, DES, Euclid, LSST, SKA, WFIRST, etc.

Key words: Gravitational lensing; wave front; cosmic magnification; cosmology; dark matter; dark energy