

文章编号: 1000-8349(2009)02-0152-15



# 飞行器近小行星轨道 动力学的特点及研究意义

胡维多<sup>1</sup>, SCHEERES<sup>2</sup>, 向开恒<sup>3</sup>

(1. 北京航空航天大学 宇航学院, 北京 100083; 2. Department of Aerospace Engineering, the University of Michigan, MI48109, USA; 3. 航天五院总体部, 北京 100094)

**摘要:** 该文在介绍小行星及其探测意义的基础上, 以 NEAR、Muses-C(Hayabusa) 小行星探测器为例, 重点分析了飞行器与小行星距离较近时 (near asteroid) 的动力学环境及其对环绕小行星飞行的飞行器设计的影响。并以旋转的二阶二次重力场和小行星 Castalia 为例, 进一步阐述近小行星轨道动力学的一些特点和结论。此外, 还给出了小行星探测的一些建议和设想。

**关键词:** 天体 / 轨道力学; 小行星; 深空探测; 航天器任务分析

**中图分类号:** P173.3      **文献标识码:** A

## 1 引 言

在太阳系里, 有许多沿着椭圆轨道绕太阳运行而且不易挥发出气体和尘埃的小天体, 这就是人们常说的小行星。太阳系中大约有数千颗千米级以上的小行星。这些小行星和大行星一样在太阳系中绕太阳公转, 多数集中在火星和木星的轨道之间, 这一地带被称为“主小行星带”。小行星体积虽小, 但极具探测意义。近地小行星 NEO(Near Earth Object), 是潜在的矿物资源。人们进行小行星探测还能更好地认识太阳系最初的物质组成。因此, 各国争相开展了对小行星的探测, 其中一些用飞行器围绕小行星飞行的深空探测计划已经或将要实施。

1991 年, 欧美联合研制的木星探测器 Galileo 号近距离飞越了小行星 Gaspra, 这次飞越实现了人造飞行器对小行星的第一次探测飞行。1997 年, 美国 NEAR 探测器与小行星 Mathilde 擦肩而过, 使得科学家们第一次能够近距离观察富含碳的 C 型小行星。2000 年, NEAR 探测器又实现了对小行星 Eros 的受控软着陆。这是人类历史上第一次在小行星上实现飞行器受

---

收稿日期: 2008-03-22; 修回日期: 2008-07-17

基金项目: 航天五院创新基金资助项目 (CAST200609) 及留学归国基金

控软着陆。

日本于 2003 年发射了“隼鸟”号 (Muses-C) 探测器, 计划登陆小行星“丝川”, 拟实现人类探测小行星的又一次飞跃: 采集小行星的岩石样本并将其带回地球。2005 年此探测器到达目标小行星丝川, 但采样似乎不是很成功。

美国 NASA 在 2007 年发射的 Dawn 探测器, 拟通过对两颗小行星 Ceres 和 Vesta 全面彻底的探测, 来深入研究太阳系的起源。这两个小行星均处于火星和木星之间的主小行星带。此次飞行计划标志着人类将实现由一个飞行器在一次探测计划中围绕两个小行星飞行。欧空局也提出了类似的小行星、彗星交计划。

小行星探测活动方兴未艾, 它具有如下的重要意义:

(1) 小行星上有丰富的资源。有的小行星以硅质为主 (S 型), 而有的小行星以金属质 (M 型) 或碳质 (C 型) 为主。其中一些近地小行星白金含量高且探测器容易到达。按照现有的技术水平, 机器人就可完成开采。白金在燃料电池和核反应堆阴阳极催化方面有巨大需求。如果按现在的使用量估算, 地球上的白金储备将在 2050 年左右耗尽。根据对陨石的分析<sup>[7]</sup>, 有些小行星的白金含量比地球上最好的白金矿还要高许多。地壳里最富有的白金矿石的白金含量是  $(4 \sim 6) \times 10^{-10}$ , 而许多小行星上的白金含量为  $(3 \sim 6) \times 10^{-9}$ , 有的甚至高达  $(2.5 \sim 10) \times 10^{-8}$ 。目前已经开展了对小行星的资源利用项目在技术和经济上的可行性论证。

(2) 小行星的规避。近地小行星的结构形态各异, 有的像碎石堆, 有的多孔, 有的是单一固体。如果这些小行星与地球相撞可产生灾难性后果。因此, 研究小行星轨道演化的机制、近地小行星撞击地球的潜在威胁、小行星碰撞地球的动力学机制, 以及这些碰撞对地球生命的影响等都是很有意义的课题。虽然绝大多数小行星在黄道面内火星和木星之间绕太阳公转, 但是由于受多种因素的影响, 有些小行星的轨道会发生变化。一部分小行星迁移到小行星主带的内侧, 与地球的轨道很接近, 有的甚至会穿越地球轨道, 与地球发生碰撞。因此, 来自小行星的威胁应该是人类必须认真考虑的问题。现在人们已基本形成了共识: 恐龙的灭绝是因为小行星与地球相撞而造成的。

(3) 深空探测技术的实验探测。由于近地小行星与地球的距离比火星近, 对地球的引力较小, 因此载人登陆小行星可作为载人登陆火星的预先探测项目。同时载人登陆小行星可验证一些新技术、新理论, 还可为载人深空探测积累经验。小行星本身又可作为进一步进行深空探测的中转站, 甚至可以在小行星上开采水和氢等物资, 为载人深空探测提供一些必要补给。

(4) 精确确定小行星的一些参数。小行星的很多参数如其轨道、大小、表面形态等, 在地面上通过一些测量方法可得到比较准确的估计值。本文将在下面的章节中详细讨论这些方法。但有些参数如小行星的总质量及其重力场分布, 依靠地面的测量手段是很难准确估算的。要想得到可靠的数据, 只能利用探测器的近距离飞行探测来得到, 如地球的谐波参数是在人造卫星上天以后才被精确确定的, 而小行星的质量和其重力谐波参数又是探测器轨道设计和任务分析中至关重要的数据。这可以是一个交互的过程。以小行星 Eros 为例, 开始时对其实行远距离飞越, 根据轨道数据初步估计其质量, 而后设计近距离环绕轨道, 再根据与小行星的近距离轨道实测数据, 进一步修正其质量及重力谐波参数的估计值。

(5) 理论和科学研究。这主要指的是探索太阳系小行星的成因与演化历史。目前的理论认为, 小行星是与太阳系同步形成的。组成小行星的物质的化学成分有什么特性? 这些物质能

否代表太阳系的原始物质? 对小行星的深空探测有望为人类认识太阳系提供新的线索。而对小行星含有的有机成分进行分析, 可为地球上生命起源的研究提供新的思路。文献 [6] 在这方面有较全面的论述。

## 2 近小行星动力学环境

本节以 NEAR 和 Muses-C 两个项目为例展开, 其情况如表 1 所示 [13,14]。

表 1 NEAR 和 Muses-C 计划的比较

	NEAR	Muses-C
探测目的	近距离探测小行星的外壳、表面、和内部的物理、地质和矿物的组成特性。具体指的是大小、形状、体积、质量、旋转状态、化学元素组成、矿物和地质形态, 质量分布、重力场和磁场等。	采样土壤并返回地球, 验证雷达数据的形态逆方法, 探测表面物质和内部结构, 壳体密度, 化学和矿物信息, 微信息。确定所采样物质的矿物成分和化学同位素等。
探测过程	飞越、环绕飞行及软着陆	盘旋飞行、着陆、采样并返回
探测手段	多光谱成像仪、激光测距仪、近红外光谱仪、磁强计、X 和伽马射线光谱仪等。	可见光相机、微型小车、近红外光谱仪、遥感仪、激光高度计等。
目标小行星	Eros, S 型,	Itokawa, S 型,
的有关参数	密度 / $\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$ 2.67	2.5
	自转周期 / h      5.27	12.1
	体积 / $\text{km}^3$ 2 503	2.41
	各轴长 / km      40×14×14	0.550×0.298×0.224
	标称谐波系数:	
	$C_{20}R_0^2 / \text{km}^2$ -30.05	$-6.6\times 10^{-3}$
	$C_{22}R_0^2 / \text{km}^2$ 13.675	$2.8\times 10^{-3}$
	参考半径 $R_0 / \text{km}$ 16	0.3
	标称转动惯量:	
	$(I_{xx}/M) / \text{km}^2$ 17.09	$8.290\times 10^{-3}$
	$(I_{yy}/M) / \text{km}^2$ 71.79	$1.948\times 10^{-2}$
	$(I_{zz}/M) / \text{km}^2$ 74.49	$2.050\times 10^{-2}$

### 2.1 研究意义

为了详细精确描述小行星的特征, 需要通过飞行器对它们进行近距离的探测。为此就需要了解在小行星周围的动力学环境, 以及在小行星附近的人造飞行器的动力学、导航和控制。本节将讨论一些与近距离探测小行星密切相关的议题, 并将这些议题与近小行星探测器的设

计和任务分析联系起来。

虽然轨道力学和天体力学通常被认为是一门成熟的学科, 但围绕太阳系小行星的轨道设计仍然存在相当大的困难:

(1) 小行星的一些重要物理参数有较大的变化范围。这是由于小行星有多种类型且各有复杂的情况造成的。具体来说, 小行星可分成多种类型, 如碎石堆小行星 (rubble pile)、单石小行星、双星小行星, 及可推断的其他还没发现的完整的类别。而在任意一种类别内, 均具有多种可能的形状、大小和密度<sup>[51]</sup>, 这些因素可直接决定小行星的重力场强度和分布, 从而与太阳引力和光压一起对飞行器近小行星的飞行轨道产生影响。另外, 小行星一般处于一定形式的旋转状态, 包括从单一的绕最大惯性主轴的旋转到各种复杂的旋转。有资料显示它们的转动角动量的倾斜角可以是在  $0^\circ \sim 180^\circ$  之间的任意角度, 这使各个小行星在动力学上对环绕其飞行的探测器轨道的影响是完全不同的。

(2) 许多小行星的参数可以使近小行星动力学环境变得复杂。事实上, 绝大多数小行星的动力学环境可使实际飞行器的轨道展现出较强的不稳定性, 甚至可使之变成混沌运动。重要的是, 随着小行星动力学参数的变化, 导致不稳定运动的轨道要素的变化范围也会发生剧烈变化。例如, 对于一类小行星, 相对旋转轴的轨道倾角是  $180^\circ$  的探测器轨道是非常稳定和安全的。但如果小行星质量相对较小, 这些相同的轨道由于受到太阳辐射压力的作用, 就会非常不稳定, 此时的飞行器甚至可能在初始几圈内与小行星发生碰撞, 即使是同一类小行星的近小行星动力学环境也使飞行器的轨道设计展现出极其丰富的内涵。

(3) 受近小行星动力学环境的影响, 飞行器的设计和任务分析可能很不相同。例如, NEAR 计划对小行星 Eros 的近距离探测阶段的轨道显然与 Muses-C 计划对小行星 Itokawa 相应任务段的轨道差别很大。对于 NEAR 计划, 由于 Eros 的质量较大, 只能采用环绕轨道的方式。但由于飞行器轨道受 Eros 的形状、旋转状态和旋转轴方位的影响, 飞行器轨道设计必须保证飞行器与小行星之间具有稳定的相对轨迹, 从而避免飞行器与小行星发生碰撞或逃离小行星。对于 Muses-C 探测器, 由于目标小行星质量较小及飞行器较大的面积质量比, 环绕轨道任务的可行性无法得到保证。因此, 整个任务迫使飞行器盘旋在小行星向阳的一侧, 同时根据所剩余燃料的多少和实测的小行星重力场的大小来确保探测器的控制在适当的燃料代价范围内。另外, 飞行器上相同仪器对不同任务的安装方式可以完全不同。NEAR 计划要求把小行星的探测仪器的瞄准线放置在太阳帆板法线的垂线方向, 而 Muses-C 计划飞行器的设计具有本质上的不同, 它要求把瞄准线放置在与太阳帆板法线的反平行方向。这是由小行星的动力学特点来决定的, 而不是由抽象的设计理念决定的。

(4) 在飞行器与小行星交会前, 一些必要的小行星参数未能被准确确定, 这将导致在飞行器设计阶段就增加设计的成本, 并可能引发各种设计指标的冲突。如果对目标小行星知之甚少, 所设计的飞行器必须符合较多可能的轨道和不同的近距离接近策略, 这不可避免地导致较高的设计和制造成本并增加飞行器重量。正因为如此, 在开始进行飞行器任务设计之前应该尽可能多和尽可能准确地掌握目标小行星的物理特性。

(5) 飞行器的设计和运营概念不具有普适性。这里再一次用 Muses-C 和 NEAR 项目来说明。Muses-C 是针对非常小的小行星而设计的。如果用 Muses-C 飞行器来探测 Eros, 相比于 NEAR 飞行器所完成的科学测量来讲, 可获得的观测数据将大大减少且质量也将下降, 而且

还得要求地面飞行器操控人员更加努力地工作才能完成这些测量任务。NEAR 飞行器的设计适合像 Eros 这样比较大的小行星, 操控在无需地面操控人员较多干预的环境中进行。但是如果 NEAR 飞行器被用来探测小于千米级的小行星, 执行任务将非常困难, 不但很难获得所探测的小行星高质量的科学测量数据, 也加重了飞行器操控人员的工作。因此, 如果飞行器设计和任务分析对一组小行星是最优的, 但对另外一组小行星可能就不是最优, 甚至不可行。如果有访问多个小行星的任务, 可能需要权衡, 是设计一个能够对不同种类的小行星均可进行有效探测的飞行器, 还是设计一个只能探测满足一定物理参数约束的某一类小行星的飞行器。Dawn 计划即属于后一种, 在一次探测计划中实现对两颗较大小行星的环绕飞行。

综上所述, 小行星的自然物质状态和探测小行星的人造飞行器之间存在密切的动力学耦合, 在飞行器的设计中必须考虑这些影响。近些年来, 在这一领域已经发表了数量相当可观的文章<sup>[1~5,9~11,15~40]</sup>。

## 2.2 近小行星动力学研究的回顾、展望与比较

小行星探测中的一个重要问题是飞行器围绕小行星运动的动力学, 这其中包括自然运动和受控运动两个方面, 也包括飞行器在小行星表面运动的情况。最早研究的小行星是 Phobos 和 Deimos<sup>[15,16]</sup>, 现在它们仍然是一些学者的研究对象<sup>[17,18]</sup>。Phobos 和 Deimos 虽然是火星的卫星, 但它们的形状非常不规则, 从动力学角度来看可将其视为小行星, 而且可以推测它们很可能是被火星捕获的小行星。

围绕更一般小行星运动进行的研究始于对小行星轨道环境的研究, 其目的是支持“伽利略”号飞行器绕飞小行星 Gaspra 和 Ida<sup>[19,20]</sup>, 随后一些文章讨论了逼近小行星的轨道动力学问题<sup>[21,22]</sup>, 并研究小行星 Ida 的天然卫星 Dactyl 环绕小行星 Ida 的轨道运动<sup>[23,24]</sup>。

以雷达和光学观测为基础, 可以建立小行星的重力场模型。基于这些模型, 一些学者研究了飞行器围绕真实形状的小行星的轨道运动特性, 特别是文献<sup>[25]</sup>考虑了均匀旋转的小行星和具有复杂旋转状态的小行星的情况。还开展了关于飞行器围绕小行星 433 Eros 的轨道运动在交会前后的研究<sup>[27~30]</sup>。

而后, 集中讨论了飞行器围绕具有更广泛参数变化范围的小行星的运动<sup>[1~5,31,32]</sup>, 这些研究不仅针对某一具体小行星, 还研究飞行器环绕小行星轨道运动的一些一般性的问题, 包括轨道摄动、周期运动和轨道稳定性。一些结论已被应用到一些小行星探测项目的分析和设计上<sup>[33]</sup>。这一问题正逐渐得到了更多学者的注意<sup>[34,35,50]</sup>。关于飞行器围绕小行星的受控运动, 目前的工作已扩展到飞行器探测小行星的直接受控运动等主题<sup>[36~38]</sup>。现在仍有一些新的领域有待进一步探索, 尤其在双小行星系统中。基于对双小行星基本特性的初步研究显示, 它们的轨道环境非常复杂<sup>[39,40]</sup>。

国内很多学者对飞行器的轨道重力摄动进行过各种研究<sup>[41~44]</sup>。其中多数的研究主要考虑的是  $J_2$  扰动对各种轨道的影响。其中有些也包括了田谐项的摄动<sup>[45~47]</sup>。但在这些讨论的重力场中,  $|C_{20}| \gg |C_{22}|$ , 应用背景是地球、月球及太阳系中的主要行星。但小行星重力场对其旋转轴有较大的非对称性, 有时甚至  $|C_{20}| < |C_{22}|$ 。因此可以说, 本文所讨论的问题与传统的重力摄动有较大的不同。从这一意义上讲, 飞行器围绕小行星运动是一个新问题。这不仅表现在轨道倾角的长期摄动上<sup>[2,3]</sup>, 而且还表现在一定条件下, 轨道在短时间内会出现不稳定性<sup>[1]</sup>, 因此也可以说此问题是混沌运动的一个例子, 具有一定的挑战性。这里的混沌运动

指的是与轨道自身初始条件敏感依赖的轨道运动。而且在此动力学系统中, 存在多种周期轨道族<sup>[5]</sup>。这些结论在  $|C_{20}| \gg |C_{22}|$  时是得不到的。

此外, 文献 [48] 等研究了小行星的运行轨道演化。文献 [49] 等研究了飞行器对小行星的着陆控制等问题。据不完全统计, 国内对近小行星动力学的研究开展得比较少<sup>[50]</sup>。

### 2.3 小行星动力学环境的特征描述

经过 200 多年来的不断观测研究, 人类对小行星已经有了相当多的了解, 特别是近几十年来, 各国科学家们通过地面各种先进的天文光学和射电望远镜, 对小行星的物理、化学等性质进行了详细的观测和分析。

通过大量的分析研究, 科学家们认识到, 大多数小行星都是一些形状很不规则 (只有少数较大的小行星是球状的), 表面粗糙、结构较松的石块, 表层有含水矿物质。据估计太阳系中的小行星数以几十万计, 小行星的体积大小不一, 最大的直径有 1 000 km 左右, 最小的只有鹅卵石大小。它们的质量很小, 在地球上可观测到的小行星中大约有 99% 直径大于 100 km, 其中共有 26 颗小行星的直径大于 200 km。更多的是从地球上看不到的一些更小的小行星, 比如一些直径为 1 km 左右的小行星。

小行星的自转周期一般为 2~20 h, 它们的自转轴取向毫无规则, 呈随机分布, 这些小行星和大行星类似, 一面自转, 一面自西向东绕太阳公转。它们大多数分布在火星与木星轨道之间, 人们把轨道长半径在 2.17~3.64 AU 之间小行星大量聚集的区域, 叫做主小行星带。

定义小行星的动力学环境所需的物理参数如下: a. 共轨数目, b. 大小, c. 密度, d. 形状、重力场或密度分布, e. 表面和内部形态, f. 旋转速率和旋转状态, g. 旋转角动量相对轨道平面的方位, h. 黄道轨道等。小行星的这些物理参数有些可以通过地面观测被确定或被限定取值范围。这些物理参数可利用各种测量手段测量: 天文测量 (a, b, h 项), 亮度 (光变曲线) 测量 (a, d~g 项), 光谱测量 (b, c 项), 距离、多普勒雷达图像测量 (a~h 项)。

天文测量: 这些观测一般与小行星的发现、再现和星历改进工作有关。其结果作为小行星基本的数据形式有益于直接确定小行星的黄道轨道。通过假定小行星的反照率 (albedo), 天文测量也可估计小行星的大小。如果使用高精度的天文测量 (哈勃望远镜), 也可直接用来确定是否存在小行星的共轨情况并确定共轨小行星的多少。

亮度 (光变曲线 light curve) 测量: 光变曲线测量可直接确定小行星的旋转周期和复杂的旋转状态, 给出小行星形状的直接限定, 并可通过观测日蚀确定共轨的状况。通过一些外加的处理, 可以转换光变曲线数据来估计小行星的形状和旋转角动量方向以及限定表面形态的一些特征。

光谱测量: 通过测量小行星的光谱, 可以确定其类别, 从而限定其化学组成、粒子密度和表面反照率。反过来, 反照率也可提供其密度估值的界限值, 并可提高其大小估计值的精度。

雷达测量: 雷达测量检测来自小行星的返回信号, 如果采用足够高强度的信号也可提供具有局部轮廓的高分辨率测量, 这既可以是多普勒测速也可以是距离测量。对这些数据进行逆变换可以发现小行星的形状、旋转状态, 且能够立即检测出共轨的出现。在能够测量出小行星的形状, 大小和旋转状态的同时, 雷达测量还可以提供小行星的角动量向量信息, 并大大提高其黄道轨道估计值的精度。除此之外, 返回信号的特征可被用来在雷达波长尺度内对小行星表面密度和小行星光洁度给出限定。很明显, 小行星的雷达观测可提供最全面和细致的信

息。由于雷达测量对测量条件有苛刻的要求,也是最容易受到干扰的测量。当被观测的小行星已经被其他测量形式观测过,雷达测量还可以是最有效的提高测量精度的手段。

应该强调说明的是,小行星的一组理想的测量应该尽可能包括以上所有各种测量形式,因为每一种测量方式都有其独特的视角,在估计物理特性方面通常可互相补充。

环绕小行星的轨道运动是一个具有一定特殊性的课题,许多这方面的研究已经开展。复杂的动力学环境被确认为是以下参数的函数:小行星的黄道、形状、旋转和密度,同时也包括飞行器的质量和面积。此类研究的复杂性主要是由于重力、旋转,及太阳辐射光压的综合作用产生的。这些复杂的综合作用有时可以被隔离分析,但对一些小行星,综合作用占主导地位。在此基础上也可简略地考虑双星小行星问题,这又增加了问题的维数。

### 3 旋转的二阶二次重力场

为了更好地理解以上参数及近小行星动力学本质特征,本章以二阶二次重力场为例,进一步阐述近小行星轨道动力学的特点和结论。飞行器围绕小行星和彗星的轨道运动与传统的开普勒轨道有很大的不同。这主要是由于小行星一般形状不规则和其自身的旋转两个原因,这两个原因是耦合的,以至于造成飞行器在很短的时间内能经历较大的能量和角动量变化<sup>[1]</sup>。这种现象在飞行器围绕太阳系主要行星飞行时是不会出现的。由于这些因素,飞行器围绕小行星运动的研究是具有挑战性的。

诚然,飞行器围绕小行星的轨道运动同时会受到许多种扰动,如其它天体的摄动、太阳光压、大气扰动等。这些扰动有时会对飞行器的轨道有重要的影响,不能忽略,如在考虑飞行器围绕火星的两颗形状不规则的卫星飞行时,由于与火星距离较近,火星的三体扰动就不能忽略。本章采用隔离分析的方法,集中考虑小行星旋转的重力场对飞行器轨道的影响。这是因为,相比于太阳光压和三体轨道及大气等扰动,小行星重力扰动在理论上有一些新特点有待进一步探索。在对小行星非球形旋转重力扰动的理论研究基本透彻后,可再考虑各种扰动的综合效应。应该指出的是,小行星 Ida 有一颗天然卫星 Dactyl,证明与其他扰动相比,小行星的重力场可能占据主导地位,尤其对较大的小行星是如此。

#### 3.1 飞行器近小行星轨道动力学的特点

对于一般的二体问题,如果假定飞行器是一质点,在惯性坐标系中,它的位置向量  $\boldsymbol{r}$  的二阶导数等于其加速度  $\boldsymbol{F}$ 。理想情况发生在无扰动条件下,即  $\boldsymbol{F}$  沿负的  $\boldsymbol{r}$  方向,且与  $\boldsymbol{r}$  大小的平方成反比。这意味着,中心吸引体可能是一质点,也可能是质量均匀或均匀分层的球体。它的各主转动惯量相等,  $I_{xx} = I_{yy} = I_{zz}$ , 因此飞行器轨道是经典的开普勒轨道。其轨道根数:半长轴  $a$ 、偏心率  $e$ 、倾斜角  $i$ 、升交点赤经  $\Omega$ 、近地点幅角  $\omega$  均是常数。

如果中心吸引体是一个类似于太阳系主要行星如地球的旋转扁椭球,且其旋转轴是它的对称轴时,飞行器的轨道将被扰动而偏离其经典的开普勒轨道,但其被扰动的轨道加速度  $\boldsymbol{F}$  与其主中心体的旋转无关。这是因为对于它的旋转轴而言扁椭球的形状是对称的,其主惯量矩间的关系是  $I_{xx} = I_{yy} < I_{zz}$ 。飞行器围绕一扁椭球体的运动,自 20 世纪 60 年代起一直被广泛地研究。这就是大家熟知的  $J_2$ (也就是仅有  $C_{20}$ ) 的摄动问题。通常情况下,对于一个围绕扁椭球运动的飞行器来说,其轨道根数半长轴  $a$ 、偏心率  $e$ 、倾斜角  $i$  的平均值为常量,但

升交点赤经  $\Omega$ 、近地点幅角  $\omega$  有长期摄动。这些结果已被用来设计一些应用卫星的轨道, 如太阳同步轨道、冻结轨道等。

对于小行星来讲, 其主惯量矩一般是不相等的,  $I_{xx} < I_{yy} < I_{zz}$ 。因此, 飞行器围绕小行星运动, 其加速度  $F$  与小行星的旋转有密切关系, 致使飞行器围绕小行星的运动与其围绕扁椭球体的运动有很大不同。对于其轨道根数来说, 不仅仅存在  $\Omega, \omega$  的长期摄动, 而且  $i$  也有长期摄动, 甚至  $a$  和  $e$  在短时间内均可发生较大的变化。在一些情况下, 这些变化可以是迅速的, 致使飞行器的运动在一定程度上不可预测。这种不可预测性就是一个混沌运动的例子。混沌运动在很多动力学系统中均存在。这里所指的混沌运动系统是指对初始条件敏感依赖的动力学系统。因此, 飞行器围绕小行星运动问题不仅是一个实际的工程问题, 也是一个动力学系统的理论问题。

对于飞行器围绕小行星的轨道运动, 有几种方法可用来建立加速度  $F$  的模型。一个方法就是将小行星简化成椭球体, 从而推导出它的重力势能及其导数, 它的一阶偏导数就是加速度  $F$ 。第二种方法是用多面体模型表示其重力势。第三种方法用重力势的球体谐波展开。在本节中, 笔者集中介绍飞行器围绕小行星运动的一般性问题, 主要是将小行星的摄动势能表达为最重要的两个重力系数  $C_{20}$  和  $C_{22}$ , 因为这两个系数可由转动惯量唯一确定, 被质量标称化后即是  $C_{20} = -(2I_{zz} - I_{xx} - I_{yy})/2$ ,  $C_{22} = (I_{yy} - I_{xx})/4$ 。这一模型是简单的, 但却能描述飞行器围绕小行星运动的主要特征, 这个特征是指飞行器的运动受中心体旋转的影响, 而且在许多小行星的重力场谐波系数中,  $C_{20}$  和  $C_{22}$  这两项数值较大, 参见表 2。

表 2 归一化后的 Castalia 的四阶四次重力场系数<sup>[9]</sup>

阶数	次数	$\bar{C}$ 系数	$\bar{S}$ 系数
0	0	1.0	—
1	0	0.0	—
1	1	0.0	0.0
2	0	-0.110 298	—
2	1	0.0	0.0
2	2	0.156 733	0.0
3	0	-0.015 112	—
3	1	-0.037 935	0.001 211
3	2	0.006 325	0.000 616
3	3	0.020 568	-0.013 715
4	0	0.036 630	—
4	1	0.002 706	0.000 407
4	2	-0.051 363	0.003 949
4	3	0.006 140	-0.001 747
4	4	0.050 334	-0.006 839



### 3.2 研究进展和结论

经过多年的解析分析、数值仿真及实际应用验证,文献 [1] 提出了“大小-形状”轨道稳定性的概念,以及两个与飞行器围绕小行星轨道运动稳定性有关的性质。“大小-形状”轨道稳定的概念是指轨道的半长轴和偏心率的均值是常值。与此有关的两个性质分别是:

(1) 飞行器在均匀旋转的二阶二次重力场中的运动,当其轨道半长轴和偏心率的变化足够小时,其轨道在通常情况下将保持“大小-形状”稳定;反之,其轨道“大小-形状”不稳定。

(2) 飞行器在均匀旋转的二阶二次重力场中的运动,如果其轨道“大小-形状”稳定,飞行器在通常情况下,将不会飞离或撞击中心体;反之,飞行器终将会飞离或撞击中心体。

这一概念和两个性质将本节几方面的研究内容紧密地联系在一起。有关的详细介绍可参见文献 [1]。

本节重点介绍飞行器在均匀转动的二阶二次重力场中的运动,其主要应用是飞行器围绕小行星的轨道运动。这一动力学系统一般是不可积分的。本文的目标是理解这一动力学系统作为中心体转动和质量分布的函数是如何变化的。为了进行这一分析和计算,采用了以下三种途径:均值方法、共振分析和周期轨道计算。通过这些分析,能够更好地理解飞行器围绕小行星飞行的整体特征。这些特征与飞行器围绕地球和其他太阳系主要行星的运动有很大的不同。

采用均值方法可消除快速变化的变量,从而用保持慢速变化的变量来描述轨道的长期摄动。图 1 给出了轨道动量矩长期摄动的例子 [2], 从中可以看出,不仅升交点赤经存在长期摄动,轨道倾角也有长期摄动。可分中心体不旋转、缓慢旋转及快速旋转三种情况进行讨论。对于缓慢旋转,文献 [2] 推导了飞行器轨道的均值拉格朗日 (Lagrange) 星际运动方程,并结合它们和雅可比 (Jacobi) 积分一起给出轨道长期摄动的一个完整的描述。可以发现,在可均值条件下,也就是在轨道“大小-形状”稳定条件下,所研究的问题完全可积分,并可简化成求积分 (quadrature) 函数。当中心体不旋转时,些求积分函数可表达成椭圆函数及其积分 [3]。

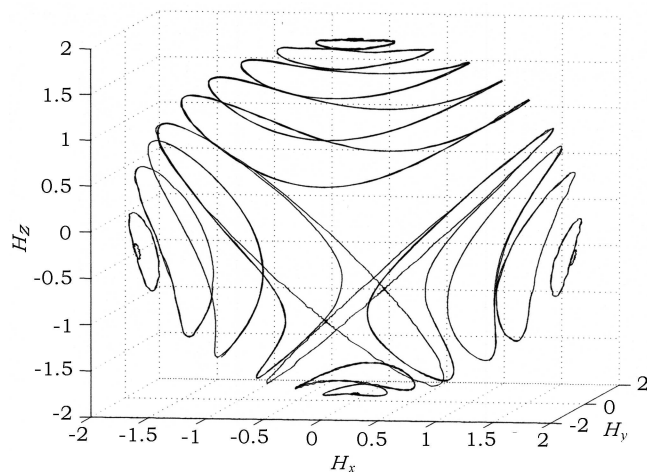


图 1 一些轨道的动量矩向量  $[H_x, H_y, H_z]$  长期摄动例子 [2]

对于快速旋转的情况, 轨道运动可简化成著名的扁椭球的摄动问题(即  $J_2$  摄动问题)。这部分研究的一个应用就是讨论周期轨道的存在条件。例如在文献 [5] 中讨论的 1:2 族周期轨道的存在条件。关于飞行器围绕小行星长期摄动的详细介绍可参见文献 [2, 3]。

轨道的短周期运动与共振运动有密切关系。在文献 [1] 中提出的关于大小 - 形状稳定性的问题在轨道共振运动的研究中可得到较好的解释。在所研究的系统中, 共振问题的出现是因为与经度有关的田谱项  $C_{22}$  的存在, 且由于飞行器的轨道平均运动与小行星的转动可以具有对称性。具体来讲, 用椭圆级数展开来推导傅里叶级数展开的系数。这种级数展开是针对标称椭圆轨道的半长轴和偏心率进行的。也就是说, 对  $a(t)$  和  $e(t)$  的傅里叶展开的频率、幅值和相位进行估计, 从而可以解释近圆轨道的半长轴和偏心率的动态特性。此外通过对近共振轨道的均值化, 可以解释为什么  $a(t)$  和  $e(t)$  有时会在较短的时间内经历较大的变化, 可以和共振积分一起, 对“大小 - 形状”的稳定性给出了稳定性指标。此外, 对  $a(t)$  和  $e(t)$  的傅里叶级数展开, 还可用来分析周期轨道问题, 例如在文献 [5] 中用来分析 1:2 周期轨道族的存在性问题。轨道的稳定性与共振性的密切关系可从图 2 中反映出来, 详细讨论可参见文献 [1]。

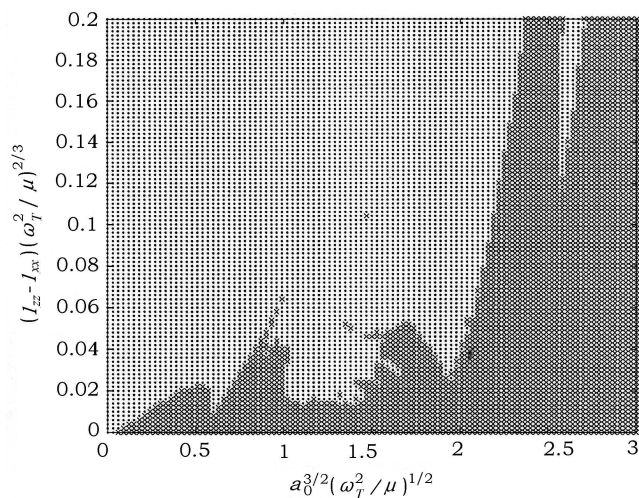


图 2 稳定与不稳定轨道区域 [1]

在周期轨道的研究中, 文献 [5] 首先研究了在一致旋转的二阶二次重力场的 4 个平衡点(天平动点), 证明了其中 2 个平衡点永远是不稳定的, 另外 2 个可能稳定也可能不稳定。并得到了它们的稳定条件 [5], 此稳定性的条件可由中心体旋转速率  $\omega_T$ 、重力常数  $\mu$ , 以及 2 个重力系数  $C_{20}$  和  $C_{22}$  唯一确定。而后, 计算了周期轨道族。在采用的周期轨道数字搜索方法中, 消除了 2 个在状态转移矩阵 (STM) 中是单位值的特征值。从而提出了一个具有一定鲁棒性的非奇异的庞加莱 (Poincaré) 映射, 可以解算出周期轨道。这一算法收敛性好, 尤其对稳定的周期轨道更是如此。由于给初始变化加上了雅可比 (Jacobi) 约束, 使这一方法可在一定的能量水平上自动搜索周期轨道。通过计算周期轨道的 STM, 发现了可表示周期轨道稳定性的特征乘子。这些特征乘子可被用来测试周期轨道的稳定性。而后, 用这一相对自动的搜索方法来搜寻周期轨道, 发现了五种基本的周期轨道族, 并讨论了在不同中心体旋转速率  $\omega_T$  条件下这些周期轨道的存在性和稳定性等问题。文献 [5] 定义了这

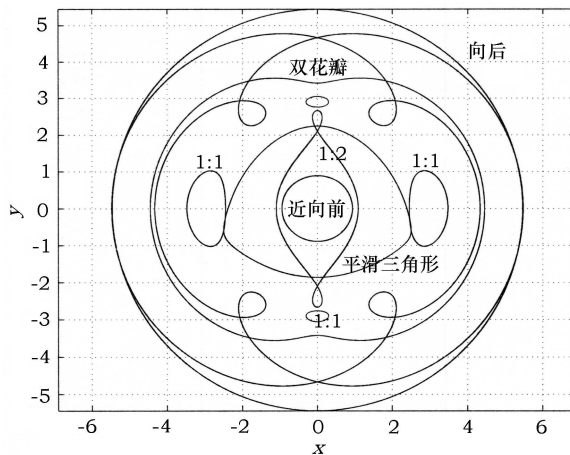


图3 5个周期轨道族和一些特殊的轨道<sup>[5]</sup>

五类周期轨道，它们是“近向前”（near direct）、“远向前”（far direct）、“1:1共振”、“1:2共振”和“向后”（far direct）等周期轨道。还有其它一些“特殊”周期轨道，存在于这些周期轨道之间，如“双花瓣”（double lobe），“平滑三角形”（smooth triangle）等。这些周期轨道实例可参见图3，详细介绍可参见文献[5]。

当只考虑重力和旋转的影响时，旋转小行星的最简单一致的动力学概念是它的同步轨道半径，具体来说是与小行星的旋转具有相同周期的圆轨道的大小和稳定性。对于一个给定质量的小行星，其引力常数被表示为 $\mu$ ，旋转周期为 $T$ ，它的理想的同步半径可以由公式 $r_s = (\mu T^2 / 4\pi^2)^{1/3}$ 计算。由于小行星的质量分布一般不是均匀球形，小行星一般有4个特别接近 $r_s$ 的位置存在真正的同步运动<sup>[1]</sup>，即前面提到的4个平衡点。相似于地球的情况<sup>[8]</sup>，它们在赤道平面上位于小行星最长和最短的体轴上。对于大多数具有已知形状的小行星，所有这些同步轨道均是不稳定的，而且从它们附近开始的稳定的初始轨道一般在几圈之内将发生碰撞或逃离。这一简单的结果正是飞行器环绕小行星飞行所遇到的困难的本质原因。事实上，对于同步轨道不稳定的小行星，在距离小行星质心2~3个同步轨道半径内的运动均趋向于不稳定（见图3），逃离和碰撞轨道将是其最终归宿。轨道的倾斜角对轨道的稳定性也有较大的影响，最有特点的运动是在旋转平面内的运动，也就是零倾斜角轨道<sup>[1]</sup>，在图2中是以小行星Castalia为例进行计算的。当考虑高倾斜角运动时，最小稳定半径趋于减少。可以给出一个稳定和不稳定区域作为半径和倾斜角的函数的区域图。正如已清晰证明的那样，在赤道平面上且与旋转方向反向的运动（逆行轨道），其轨道运动实际上相当稳定。

由于重力和旋转产生了基本耦合作用，使飞行器作接近小行星且与小行星具有较低相对速度的轨道运动，因为不稳定，而变得不可取。不幸的是，正是在这些轨道上，采用测量仪器进行小行星的相对测量才最具科学吸引力。一个补救措施是在逆行轨道上飞行，这可以保证飞行器在飞近小行星的长端时具有非常低的相对高度。但这样带来的后果是飞行器相对小行星表面具有较高的相对速度，且必须给飞行器近小行星轨道施加苛刻的几何约束。

### 3.3 小行星 Castalia 模型

近地小行星 4769 Castalia 是由两颗小行星相互碰撞和吸引而形成的, 形状如土豆或花生 (见图 4)。利用多普勒雷达成像可反推 Castalia 的三维形状模型, 此模型共有 167 个参数。Castalia 的自转周期是 4.07 h, 体积是  $0.671 \text{ km}^3$ , 这相当于平均半径为  $0.5431 \text{ km}$  的球体。为了描述位置, 一般采用小行星星体固联坐标系 (Asteroid body fixed coordinate)。其原点为模型质心, 坐标轴  $(x, y, z)$  分别对应的是最小、中间和最大主转动惯量轴。模型的旋转轴沿  $z$  轴方向。在此坐标系中, 有:  $-0.762 \leq x \leq 0.851$ ,  $-0.462 \leq y \leq 0.519$ ,  $-0.444 \leq z \leq 0.382$ 。惯量矩比例为:  $I_x/I_z = 0.37207$ ,  $I_y/I_z = 0.93805$ 。

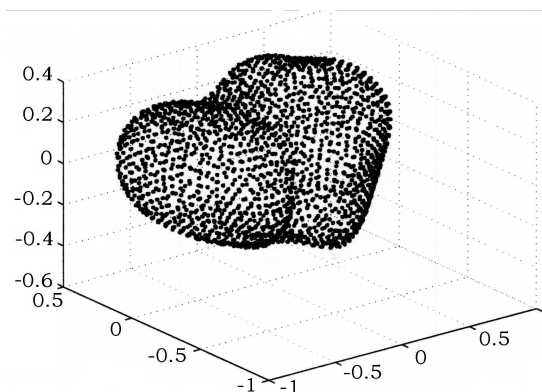


图 4 Castalia 的立体模拟图

由雷达反照率可粗略推断其密度大约为  $2.1 \text{ g/cm}^3$ , 大体可看作带孔的 60% 的普通球粒陨石和 40% 的含石铁的组合 (S 型)。从而可推断出其质量  $M = 1.4091 \times 10^{12} \text{ kg}$ 。重力参数为:  $\mu = GM = 9.40 \times 10^{-8} \text{ km}^3 \cdot \text{s}^{-2}$ , 这里  $G = 6.67259 \times 10^{-20} \text{ km}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$ 。一般有两种方法可产生相应的对于恒定密度物体的重力场。其中常用的方法是确定重力场的谐波展开系数。这种方法是经典的, 此方法可将任意物体的重力场表达成一无限序列的展开。这些序列系数的确定可以通过对物体形状的整体积进行重复积分得到, 一次积分得到一个系数。如果假定质量均匀分布, 体积的积分可简化为对物体表面的积分。重力场谐波展开的最重要的两项系数是:  $C_{20} = -7.275 \times 10^{-2}/R_0^2$ ,  $C_{22} = 2.984 \times 10^{-2}/R_0^2$ , 这里  $R_0 = 0.5431$  是 1 个归一化参考半径。如果有足够多的项被保持, 近似误差通常较小。表 2 给出的是归一化后的 Castalia 的四阶四次重力场系数<sup>[9]</sup>。可以看出  $C_{20}$  和  $C_{22}$  的数值较其他系数要大许多。这也是本文用二阶二次重力场来表述小行星重力场的一个原因。

为了给读者一个直观的印象, 特按比例在图 4 中画出了小行星 Castalia 的立体图, 各坐标的单位是 km。一些环绕其飞行的特殊轨道实际例子可参见图 3, 详细介绍见文献 [5]。图 2 画出了稳定和不稳定初始圆轨道的区域图, 可以看出轨道的稳定性与共振性有密切关系。而图 1 给出的是轨道的长期摄动的例子。

## 4 讨 论

希望本文能为未来我国开展小行星探测项目的有关决策问题提供一些有价值的参考意见。同时,通过介绍国外先进动态,对未来可能的小行星项目的任务分析、任务设计,做一些前期准备和预先研究,并进行一些理论探索。希望本文的介绍和结论能够引起一些专家和学者对小行星探测的注意和思考,起到抛砖引玉的作用,并促进天文学和航天界的进一步合作。

本文并非是对小行星和近小行星动力学的全面的论述,而是通过一些具体事例分析小行星和近小行星轨道动力学一些特点和结论。可以看出,近小行星探测器的轨道与经典的飞行器围绕太阳系主要行星运动的轨道有较大的不同。这主要由于两个原因,即小行星一般形状不规则和它自身的旋转。这两个原因是耦合的,以至于造成飞行器在很短的时间内可经历较大的能量和角动量变化<sup>[1]</sup>。这种现象在飞行器围绕太阳系主要行星飞行时是不会出现的。国内外很多学者对于飞行器的重力轨道摄动进行过各种研究。其中多数的研究主要考虑的是 $J_2$ 扰动对各种轨道的影响。其中有些也包括了田谐项(如 $C_{22}$ )的摄动。但在这些讨论的重力场中, $|C_{20}| \gg |C_{22}|$ ,应用背景是地球、月球及太阳系中的主要行星。而小行星重力场对其旋转轴具有较大的非对称性,有时甚至 $|C_{20}| < |C_{22}|$ 。因此,可以说本文所讨论的问题与传统的轨道力学问题有较大的不同。从这一意义上讲,飞行器围绕小行星运动是一个新问题。这不仅仅表现在轨道倾角的长期摄动上<sup>[2]</sup>。而且在一定条件下,轨道在短时间内会出现不稳定性<sup>[1]</sup>。因此又可以说此问题是混沌运动的一个例子,具有一定的挑战性。这里的混沌指的是对初始条件的敏感依赖性。反映到飞行器轨道设计上,传统的事先精确的轨道设计理念已不适用,新的设计概念是定义一定数量的满足飞行器和任务约束的准则(这些约束可以是燃料、光照条件和轮控包线等),并将其应用到各种假设的近小行星动力学模型中。通过以上分析,一些典型轨道设计和结论是:

- (1) 逆行轨道稳定,如 NEAR 计划;
- (2) 极地轨道应用,如 Dawn 计划;
- (3) 特殊平衡点的利用,如 Muses-C 计划;
- (4) 长期摄动与轨道倾角有关。

本文介绍的重点是飞行器在近小行星探测时,可能遇到的动力学问题。这里包括导航、制导和控制。这是一个很大的研究领域,需要有关专家长时间地不断努力才能有较大、较高、较实际的研究成果。我国到底现在是否从事有关的探测?怎么进行?日本 Muses-C 探测计划花费近 1.5 亿美元,结果可以说不很理想。笔者认为,小行星探测项目不仅仅是某个学校、某个单位、某个行业,甚至某个国家的问题,这应采取跨行业、国际合作的方式。和平利用空间资源已经是当今世界发展的一个主题。我国应该置身其间,现阶段应以背景理论和关键技术为主。如果我国学者在某一领域能够做得很突出,就有可能使我国在这一方面具有一定的发言权。

**致谢和说明** 本文得到了 NASA Jet Propulsion Laboratory 一些课题的支持,特致谢意。文中部分内容曾零散地出现于笔者的数篇英文论文中,为了便于不同背景的读者系统地阅读和理解,对一些段落未做大的删节和改动。

## 参考文献:

- [1] Hu W, Scheeres D J. *Plane. & Space Sci.*, 2004, 52: 685
- [2] Hu W, Scheeres D J. *AIAA J. GCD*, 2002, 25: 765
- [3] Scheeres D J, Hu W. *Celes. Mech. and Dyna. Astro.*, 2001, 79: 183
- [4] Hu W, Scheeres D J. *宇航学报*, 2006, 27: 961
- [5] Hu W, Scheeres D J. *ChJAA*, 2008, 8: 108
- [6] 徐伟彪, 赵海斌. *地球科学进展*, 2005, 20: 1183
- [7] Horan M F, Walker R J, Morgan J W. *Lunar and Planetary*, Houston: Science XXX. 1999
- [8] Kuala W M. *Theory of Satellite Geodesy*, Boston: Blaisdell. 1966
- [9] Scheeres D J, Ostro S J, Hudson R S *et al.* *Icarus*, 1996, 121: 67
- [10] Scheeres D J. *Plane. Defen. Conf. Prot. Earth Aster.*, 2004
- [11] Paskowitz M E, Scheeres D J, *Space Fli. Mecha. Meeting*, AAS Paper, 2005: 190
- [12] Walsh K J, Richardson D C. *Icarus*, 2006, 180: 201
- [13] Yano H, Kubota T *et al.* *Science*, 2006, 312: 1250
- [14] Cheng A F, Farquhar R W *et al.* *Johns Hopkins APL Tech. Digest*, 1998, 19: 95
- [15] Thomas P, Veverka J. *Icarus*, 1980, 42: 234
- [16] Dobrovolskis A R, Burns J A. *Icarus*, 1980, 42: 422
- [17] Thomas P C. *Icarus*, 1998, 131: 78
- [18] Thomas P C, Veverka J, Sullivan R *et al.* *JGR*, 2000, 105: 15091
- [19] Hamilton D P, Burns J A. *Icarus*, 1991a, 92: 118
- [20] Hamilton D P, Burns J A. *Icarus*. 1991b, 96: 43
- [21] Chauvineau B, Farinella P, Mignard F. *Icarus*, 1993, 105: 370
- [22] Scheeres D J. *Icarus*, 1994, 110: 225
- [23] Geissler P, Petit J M, Durda D D *et al.* *Icarus*, 1996, 120: 140
- [24] Petit J M, Durda D D, Greenberg R *et al.* *Icarus*, 1997, 130: 177
- [25] Scheeres D J, Ostro S J, Hudson R S *et al.* *Icarus*, 1996, 121: 67
- [26] Scheeres D J, Ostro S J, Hudson R S *et al.* *Icarus*, 1998, 132: 53
- [27] Scheeres D J. *J. of Astro. Sci.*, 1995, 43: 427
- [28] Scheeres D J, Williams B G, Miller J K. *AIAA J. of GCD*, 2000, 23: 466
- [29] Thomas P C, Veverka J, Robinson M S *et al.* *Nature*, 2001, 413: 394
- [30] San-Juan J F, Abad A, Lara M *et al.* *AIAA J. of GCD*. 2004, 27: 290
- [31] Hu W. *Dissertation*. USA: Michigan Univ., 2002
- [32] Paskowitz M E, Scheeres D J. *Space Flight Mecha. Meeting*, 2005
- [33] Magri C, Ostro S J *et al.* 2007, 186: 152
- [34] Mysen E, Olsen O *et al.* *Plane. & Space Sci.*, 2006, 54: 750
- [35] Olsen O. *A&A*, 2006, 449: 821
- [36] Scheeres D J. *Spaceflight Mechanics Meeting*, 1999, AAS Paper 99
- [37] Kawaguchi J, Fujiwara A, Uesugi T. *Acta Astronautica*, 2008, 62: 639
- [38] Broschart S, Scheeres D J. *AIAA J. of GCD*, 2005, 28: 343
- [39] Fahnestock E G, Scheeres D J. *Icarus*, 2008, 194: 410
- [40] Walsh K J, Richardson D C. *Icarus*, 2006, 180: 201
- [41] 黄美丽, 向开恒. *中国空间技术*, 2006, 03: 14
- [42] 孟 鑫, 李俊峰等. *力学学报*, 2006, 01: 89
- [43] 湛 颖, 何英姿, 韩 冬. *航天控制*, 2006, 03: 35
- [44] 张洪华, 张国锋, 林来兴. *宇航学报*, 2003, 05: 478
- [45] 马剑波, 刘 林, 王 歆. *天文学报*, 2001, 04: 436

- [46] 刘 林, Shum C K. 中国科学 A 辑, 1999, 10: 952  
[47] 刘 林, 王 歆. 月球探测器轨道力学, 北京: 国防工业出版社, 2006  
[48] 刘 林, 季江徽, 廖新浩. 计算物理, 2001, 02: 185  
[49] 李 爽, 崔平远. 宇航学报, 2005, 26: 808  
[50] 史雪岩, 崔祐涛, 崔平远. 中国宇航学会深空探测技术专业委员会第一届学术会议, 2005: 264  
[51] Scheeres D J, Gaskell R W. Icarus, 2008, 198: 125

## The Characteristics of Near Asteroid Orbital Dynamics and its Implication to Mission Analysis

HU Wei-duo<sup>1</sup>, SCHEERES<sup>2</sup>, XIANG Kai-heng<sup>3</sup>

(1. School of Astronautics, Beihang University, Beijing, 100083, China; 2. Department of Aerospace Engineering, the University of Michigan, MI48109, USA; 3. Department of Spacecraft System Design, Chinese Academy and Space Technology, Beijing, 100094, China)

**Abstract:** Asteroids and some significance of their exploration are presented first. Near asteroid dynamics and its effect to mission analysis are analyzed by referring spacecraft NEAR and Muses-C. Further discussions of the dynamics characteristics are performed. Detailed discussions are given based on the analysis of the second order and degree gravity field models of asteroids. A typical example of asteroid, Castalia, is introduced. A few typical trajectories are summarized. And also some suggestions of asteroid exploration are given. We see that close asteroid orbital dynamics is new and challenging, as orbits around asteroids are considerably different from the classical Keplerian orbits in the two-body problem. This is due to two reasons: the irregular shape of an asteroid, and the rotation of the asteroid. These two effects are coupled and can cause the spacecraft orbit to experience large energy and angular momentum changes within short time period, occurrence that are not seen for spacecraft motion around the Earth, or other planets in Solar system. For some cases these changes are rapid, making the spacecraft motion unpredictable to some degree, the unpredictability is an instance of chaotic motion, which exists in many dynamics. Here we define “Chaotic” motion as sensitive dependence on initial conditions. Thus, the problem of spacecraft motion around an asteroid is not only a practical engineering problem of near asteroid operation, but also a theoretical problem in dynamical system as well.

**Key words:** Celestial/orbital mechanics; deep space exploration; asteroid; review; spacecraft mission analysis