

文章编号: 1000-8349(2006)01-0081-08



# 中高轨卫星广播星历精度分析

黄 勇<sup>1,2</sup>, 胡小工<sup>1</sup>, 王小亚<sup>1</sup>, 黄 斌<sup>1</sup>, 耿玉广<sup>3</sup>

(1. 中国科学院 上海天文台, 上海 200030; 2. 中国科学院 研究生院, 北京 100039; 3. 浙江省台州市黄岩区国土资源局, 台州 318020)

**摘要:** GPS 广播星历参数具有物理意义明确、参数少、精度高等优点, 可以考虑将它应用于其他卫星导航系统。但是 GPS 系统的卫星构成比较单一, 而其他卫星导航系统可能包含中地球轨道 (MEO)、倾斜地球同步轨道 (IGSO) 和地球静止轨道 (GEO) 等多种不同类型的中高轨卫星。分析了采用 GPS 广播星历参数时, MEO、IGSO 和 GEO 卫星的广播星历拟合精度, 特别讨论了轨道倾角接近于 0 的 GEO 卫星的广播星历拟合精度, 并给出了相应的改进措施。计算表明, 对于 MEO 卫星, 2 h 的广播星历拟合精度 (三维位置) 可达厘米级; 对于 IGSO 卫星和轨道倾角较大的 GEO 卫星, 4 h 的广播星历拟合精度约为 0.1 m, 径向位置误差在厘米量级; 而对于轨道倾角接近于 0 的 GEO 卫星, 若不采取特殊措施, 由于轨道倾角和升交点经度统计相关, 其广播星历拟合精度很差, 为此提出了一种坐标转换方法。采用此方法后的广播星历拟合精度可达 0.1 m, 径向位置误差为厘米量级。

**关键词:** 天体测量学; 卫星导航系统; 广播星历; 中地球轨道 (MEO); 倾斜地球同步轨道 (IGSO); 地球静止轨道 (GEO)

中图分类号: P129      文献标识码: A

## 1 引 言

卫星导航定位系统是可在军事、民用以及科学研究等方面发挥重要作用的基础设施, 美国的 GPS 和俄罗斯的 GLONASS 是目前世界上仅有的两大卫星导航系统。但这两个系统均为

收稿日期: 2005-07-20; 修回日期: 2005-09-08

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (40374002); 中科院知识创新工程重要方向资助项目 (KJCX2-SW-T1)

军用系统, 对非特许用户具有一定的局限性, 因而许多国家和地区已经着手建立完全自主的导航卫星系统。欧盟正在发展独立的全球导航卫星系统——GALILEO 系统。对于以区域应用为目的的系统而言, 建立区域性导航系统是比较经济和现实的。目前, 我国已独立建设了区域性卫星定轨导航系统, 该系统是利用两颗地球静止轨道 (Geostationary Earth Orbits, GEO) 卫星为用户提供快速定位、简短数字报文通讯和授时服务的新型、全天候、区域性的卫星定位与导航系统<sup>[1~4]</sup>。

广播星历参数是卫星导航电文的重要内容。广播星历电文中必须包含卫星位置的精确信息, 如果不在非常接近历元的时间内, 仅用历元时刻的开普勒密切轨道根数来计算卫星的位置难以保证精度。解决这一问题的办法或是十分频繁地更新 GPS 星历电文, 或是让用户对复杂的力学模型做积分。前者数据量太大, 后者计算复杂, 对于实时操作都是不现实的。为此需要选取一组参数 (称之为广播星历参数), 使用户能在卫星星历电文的两次更新之间精确地估计卫星位置<sup>[5~6]</sup>。

广播星历是对精密星历的近似或者逼近, 一般可以通过近似的分析解或者数值拟合得到。它的精度除了受精密星历本身的精度制约外, 在很大程度上还和广播星历的参数选取有关。

GPS 和 GLONASS 采用的广播星历参数具有不同的特点。GPS 广播星历参数采用轨道根数以及根数的长期变化率和主要的短周期变化参数, GLONASS 广播星历参数则采用卫星在地固系的位置速度和日月引力摄动加速度给出, 两者精度相当, 但是 GPS 广播星历的外推能力明显优于 GLONASS 的广播星历参数, 且 GPS 广播星历的用户算法相对简单<sup>[4]</sup>。因此可以考虑借鉴 GPS 广播星历参数应用于其他的卫星导航系统。

不同的卫星导航系统在卫星星座选择上有所不同。GPS 系统由 24 颗卫星组成, 卫星高度为 20182 km, 位于 6 个轨道倾角为  $55^\circ$  的轨道平面内, 轨道周期近 12 h。GALILEO 由分布在 3 个轨道面上的 30 颗中地球轨道 (Medium Earth Orbits, MEO) 卫星构成, 每个轨道面 10 颗卫星。卫星导航系统可供选用的卫星可以按其轨道特点来区分, 主要有: 中地球轨道 (MEO) 卫星, 倾斜地球同步轨道 (Inclined GeoSynchronous Orbits, IGSO) 卫星和地球静止轨道 (GEO) 卫星, 其中 MEO 卫星和 GPS 卫星的轨道特征比较类似, 而 IGSO 卫星和 GEO 卫星由于具有和 MEO 卫星不同的轨道特征, 若直接应用 GPS 广播星历参数, 其精度就不一定能够保证。本文主要分析采用 GPS 广播星历参数时, MEO、IGSO、GEO 卫星的广播星历精度。其中精密星历的精度不是重点内容, 本文所指的广播星历精度为其拟合精度。

## 2 GPS 广播星历用户算法

GPS 广播星历的用户算法在一般的教科书上均有说明<sup>[5~7]</sup>, 在此仅作简单介绍。

GPS 广播星历参数有 16 个参数, 除了历元时刻  $t_{oe}$  外, 还包括开普勒 6 参数: 卫星轨道半长轴的平方根  $\sqrt{a}$ 、卫星轨道偏心率  $e$ 、参考时刻  $t_{oe}$  时的轨道倾角  $i_0$ 、参考时刻  $t_{oe}$  时格林尼治子午圈到卫星轨道升交点的准经度  $\Omega_0$ 、近地点角距  $\omega$ 、参考时刻  $t_{oe}$  时的平近点角  $M_0$ , 以及轨道摄动 9 参数: 平近地点角速度的改正数  $\Delta n$ 、升交点赤经的变化率  $\dot{\Omega}$ 、轨道倾角的变化率  $\dot{i}$ 、升交角距的正余弦调和改正项的振幅  $C_{us}$ ,  $C_{uc}$ 、轨道倾角的正余弦调和改正项的振幅  $C_{is}$ ,  $C_{ic}$ 、地心距的正余弦调和改正项的振幅  $C_{rs}$ ,  $C_{rc}$ 。

由广播星历参数计算卫星位置的公式可参见文献 [5~7]。

### 3 广播星历参数的求解

GPS 广播星历参数是通过数值拟合方法得到的, 官方公开的文献并未给出相应的拟合算法, 因此有必要对广播星历参数的数值拟合方法作相应的讨论。

已知一组精密星历, 由这一组精密星历可以用间接平差的方法求解出广播星历参数。观测方程为

$$\mathbf{r}(t_k) = \mathbf{r}(\mathbf{X}_0, t_0, t_k), \quad k = 1, 2, 3, \dots, n, \quad (1)$$

式中  $\mathbf{r}(t_k)$  表示  $t_k$  时刻的位置, 它包含 3 个位置分量;  $\mathbf{X}_0$  表示待求的广播星历参数;  $t_0$  为参考历元时刻。(1) 式为非线性方程, 需线性化后代迭代求解。

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(t_k) &= \mathbf{r}(\mathbf{X}_{i,0}, t_0, t_k) + \left( \frac{\partial \mathbf{r}(t_k)}{\partial \mathbf{X}_0} \right)_{\mathbf{X}_{i,0}} \times (\mathbf{X}_{i+1,0} - \mathbf{X}_{i,0}), \quad k = 1, 2, 3, \dots, n, \\ \mathbf{y} &= \mathbf{r}(t_k) - \mathbf{r}(\mathbf{X}_{i,0}, t_0, t_k), \quad \mathbf{B} = \left( \frac{\partial \mathbf{r}(t_k)}{\partial \mathbf{X}_0} \right)_{\mathbf{X}_{i,0}}, \quad \mathbf{x} = (\mathbf{X}_{i+1,0} - \mathbf{X}_{i,0}), \\ \mathbf{y} &= \mathbf{B}\mathbf{x}. \end{aligned} \quad (2)$$

式中,  $\mathbf{X}_{i+1,0}$  和  $\mathbf{X}_{i,0}$  分别表示第  $i+1$  和  $i$  次迭代求出的待估参数。可以设置一定的收敛标准, 迭代求解直至收敛。

$$\frac{|\sigma_{i+1} - \sigma_i|}{\sigma_i} < \varepsilon, \quad (3)$$

这里  $\sigma = \sqrt{\frac{(\mathbf{y} - \mathbf{B}\mathbf{x})^T (\mathbf{y} - \mathbf{B}\mathbf{x})}{n-1}}$  为一次迭代过程中的统计误差,  $\varepsilon$  可取为 0.01。

迭代计算的参数初值设置如下: 开普勒 6 参数取为历元时刻  $t_{oe}$  的密切轨道根数, 其余 9 个摄动参数取 0。

上两式中,  $\mathbf{B}$  矩阵的偏导数计算较复杂。我们分别用解析式和差分方法求其偏导数, 得出了一致的结果。解析式需要推导位置矢量对待估参数的偏导数, 形式复杂, 而差分方法求解偏导数具有形式简单、精度高的特点, 便于数值计算, 其形式为:

$$\frac{\partial Y(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)}{\partial x_k} = \frac{Y(x_1, x_2, x_3, \dots, x_k + \varepsilon_k, \dots, x_n) - Y(x_1, x_2, x_3, \dots, x_k, \dots, x_n)}{\varepsilon_k}. \quad (4)$$

需要注意的是, 在差分计算时,  $\varepsilon_k$  的选取不能太大, 也不能太小, 太大会超出线性范围, 太小则不能保证有效位数, 而且对于不同的参数,  $\varepsilon_k$  也会不同。

广播星历参数求解完毕后, 利用广播星历参数计算各时刻的卫星位置, 同精密星历比较, 可以得出广播星历的拟合精度。三维位置差的 RMS 和径向位置差的 RMS 分别记为  $P_{\text{rms}}$ 、 $R_{\text{rms}}$ 。

## 4 分析和讨论

本节分析 MEO、IGSO 和 GEO 卫星的广播星历拟合精度。

表 1 为计算精密星历所用的轨道根数, 初始历元时刻为 2003 年 8 月 5 日零时 (UTC), 考虑的力学模型有:  $16 \times 16$  阶次地球引力场、日月及其行星引力、太阳辐射压和潮汐摄动。

表 1 卫星的初始开普勒根数

	$a/m$	$e$	$i/(\circ)$	$\Omega/(\circ)$	$\omega/(\circ)$	$M/(\circ)$
MEO	27907000	0.0001	55	210.5	0.0	0.0
IGSO	42165000	0.0001	55	210.5	0.0	0.0
GEO	42165000	0.0001	0.02	210.5	0.0	0.0

大量计算表明, 只要精密星历数据足够充分, 精密星历采样率对于广播星历的拟合精度影响不大。在后续计算中, 我们总是采用 60 s 采样。

用于拟合的精密星历弧段长度对广播星历的拟合精度影响很大, 表 2 给出了 MEO 卫星、IGSO 卫星和 GEO 卫星在不同拟合弧长下的拟合精度。

表 2 不同拟合弧长下的广播星历拟合精度  $P_{rms}$

	m								
	2 h	3 h	4 h	5 h	6 h	7 h	8 h	9 h	10 h
MEO	0.0114	0.0444	0.0663	0.3824	1.3487	2.7772	3.9062	4.4495	6.2840
IGSO	F	F	0.1366	0.3366	0.6209	0.8909	0.9862	1.0189	2.1276
GEO	F	F	0.1068	0.3409	0.8200	1.5574	2.3627	2.8371	2.8547

注: F 表示拟合失败。

从表 2 可以看出, 随着弧长增加 (2 h 弧长以上), 广播星历的拟合精度降低, 这是因为广播星历的摄动参数只考虑了卫星所受摄动的长期项和主要短周期项, 随着弧段增长, 被忽略的其他频率的短周期影响就无法被这些摄动参数吸收, 从而导致拟合精度的降低。IGSO 卫星和 GEO 卫星在弧长较短时 (2 h 和 3 h), 拟合失败, 这主要是因为参数相关。计算表明, 拟合弧长较短时, MEO 卫星拟合时的参数相关性总是弱于 IGSO 和 GEO 卫星的情况。有时, 对于参数相关引起的拟合失败, 减少解算参数个数是可行的, 但是也要对应具体情况。在以下的分析计算中, 我们总是在解算 15 个参数的基础上寻求最佳拟合弧长。

需要说明的是, 表 2 给出的拟合精度并不具备普适意义, 因为不同弧段轨道特征并不完全相同。举例来说, 同样取 2 h 拟合弧长, 不同弧段的 2 h 弧长的拟合精度并不完全一样。

对 MEO 卫星, 表 3 给出了不同弧段的 2 h 弧长的拟合精度。

表 3 不同弧段的 MEO 卫星拟合精度

	m	
	$P_{rms}$	$R_{rms}$
0~2 h	0.0114	0.0047
2~4 h	0.0182	0.0045
4~6 h	0.0066	0.0027
6~8 h	0.0059	0.0028
8~10 h	0.0137	0.0037
10~12 h	0.0059	0.0028

对于 IGSO 和 GEO 卫星, 以 2 h 或者 3 h 弧长拟合广播星历, 会出现解算不收敛情况, 解的稳定性差, 而以 4 h 弧长拟合时, 则基本可以保证拟合精度。IGSO 和 GEO 卫星 24 h 内不同弧段的拟合精度见表 4。

表 4 不同弧段的 IGSO 卫星和 GEO 卫星的拟合精度

	m			
	IGSO 卫星		GEO 卫星	
	$P_{rms}$	$R_{rms}$	$P_{rms}$	$R_{rms}$
0~4 h	0.1366	0.0411	0.1068	0.0171
4~8 h	0.1153	0.0297	0.0786	0.0181
8~12 h	0.0954	0.0242	0.1413	0.0331
12~16 h	0.1350	0.0406	0.0411	0.0249
16~20 h	0.2020	0.0605	0.0596	0.0103
20~24 h	0.1804	0.0577	0.0406	0.0210

显然, 对于 MEO 卫星, 2 h 的拟合弧长总是可以达到厘米级的拟合精度, 而对于 IGSO 和 GEO 卫星, 4 h 的拟合弧长是合适的, 其解算稳定, 位置的拟合精度在 0.1 m 左右, 径向位置误差在厘米量级。图 1、2、3 给出了具有代表性的 MEO 卫星 2 h、IGSO 卫星 4 h 和 GEO 卫星 4 h 的拟合精度。

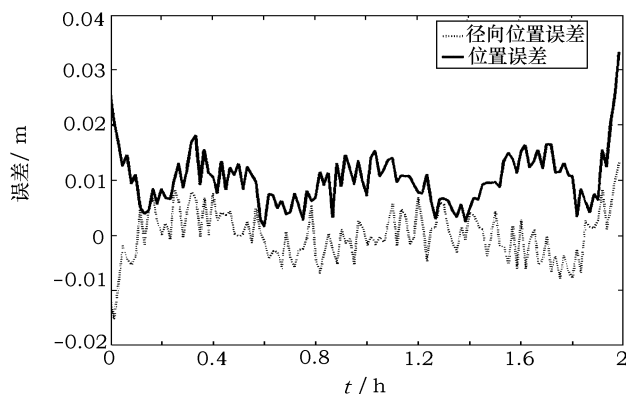


图 1 MEO 卫星 2 h 拟合精度

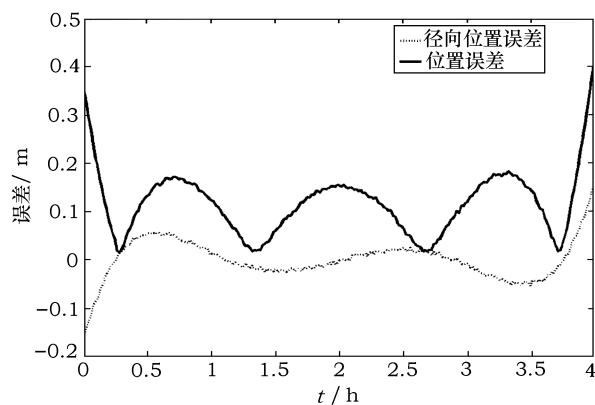


图 2 IGSO 卫星 4h 拟合精度

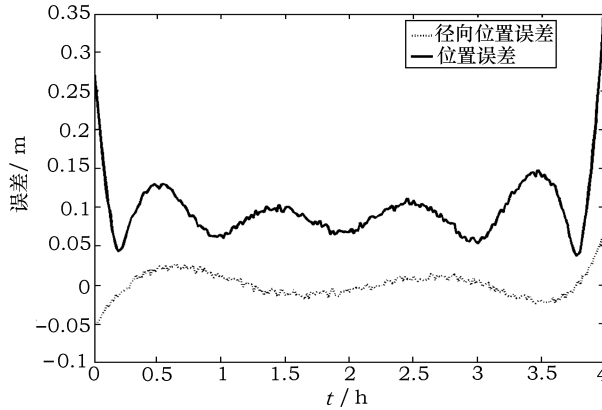


图3 GEO ( $i = 0.02^\circ$ ) 卫星 4 h 拟合精度

以上分析并没有考虑轨道倾角  $i$  接近于 0 的 GEO 卫星的广播星历拟合精度。事实上, 对于小倾角 GEO 卫星, 由于升交点赤经  $\Omega$  和近地点角距  $\omega$  参数相关, 如果不采取特殊措施, 它的广播星历拟合精度较差。由于受摄动影响, GEO 卫星的倾角是随时间变化的, 有可能使得某一时间段内的轨道倾角接近于 0, 所以必须考虑小倾角情况的广播星历拟合精度。

计算表明, 当轨道倾角下降到  $0.0001^\circ$  时, 已无法正确拟合。当轨道倾角接近 0 时, 轨道根数是奇异的, 升交点赤经  $\Omega$  和近地点角距  $\omega$  参数相关。为消除奇异, 广播星历参数可选择其他无奇点参数, 但是为尽量保持广播星历参数的一致性, 可以考虑用简单的方法消除奇异, 这里我们选择坐标旋转方法。具体做法是, 将坐标系绕某一轴旋转一定角度, 得到新坐标系下的精密星历 (地固系统绕  $Z$  轴顺时针旋转  $GAST_w + \omega_e(t_k - t_{oe})$ , 得到新坐标系的  $X$  轴作为旋转轴, 其中  $GAST_w$  为参考历元时刻的格林尼治恒星时,  $\omega_e$  为地球自转角速度), 利用该精密星历求解广播参数, 并计算新坐标系下的卫星位置, 最后将新坐标系下的卫星位置转换为原坐标系下的卫星位置。

轨道倾角  $i = 0.0001^\circ$  的 GEO 卫星对应于春分点的卫星升交点赤经  $\Omega$  变化较快,  $\Omega$  在 2 h 内的变化可超过  $100^\circ$ , 且非线性变化, 导致  $\Omega$  的拟合精度较差, 影响广播星历的精度。而经过坐标转换之后在新坐标系下的升交点赤经  $\Omega$  则变化平缓, 旋转  $5^\circ$  后, 24 h 内  $\Omega$  的变化不超过  $0.1^\circ$ 。

为此我们分析了轨道倾角  $i = 0.0001^\circ$  的 GEO 卫星坐标转换前后的广播星历拟合精度, 结果列于表 5。

表 5 轨道倾角  $i = 0.0001^\circ$  的 GEO 卫星坐标转换前后的拟合精度

	m			
	不转换 (15 参数)		转换 (旋转 $5^\circ$ , 15 参数)	
	$P_{rms}$	$R_{rms}$	$P_{rms}$	$R_{rms}$
0~4 h	F	F	0.1228	0.0329
4~8 h	F	F	0.0700	0.0153
8~12 h	F	F	0.0738	0.0212
12~16 h	F	F	0.1120	0.0337
16~20 h	F	F	0.0353	0.0077
20~24 h	F	F	0.1078	0.0283

我们也尝试将坐标旋转  $1^\circ$  和  $2^\circ$ , 转换后的拟合精度和旋转  $5^\circ$  的情况类似。

## 5 小 结

本文主要分析了采用 GPS 广播星历参数时, MEO、IGSO 和 GEO 卫星的广播星历拟合精度, 特别讨论了轨道倾角接近于  $0$  的 GEO 卫星的广播星历拟合精度, 并给出了相应的改进措施。

通过分析, 可以得出以下初步结论:

- (1) 只要精密星历数据足够充分, 数据采样率对广播星历的拟合精度影响不大;
- (2) 拟合弧段长度对拟合精度影响较大, 随着弧长增加 (4 h 拟合弧长以上), 精度降低, 这是因为广播星历的摄动参数只考虑了卫星所受摄动的长期项和主要短周期项, 随着弧段增长, 被忽略的其他频率的短周期影响就无法被这些摄动参数吸收, 从而导致拟合精度降低;
- (3) 为了取得最佳拟合精度并且保证算法稳定, 不同类型卫星的拟合弧长有所不同。对于 MEO 卫星, 2 h 的拟合弧长 (解 15 参数) 总可以达到厘米量级的拟合精度, 而对于 IGSO 和轨道倾角较大的 GEO 卫星, 4 h 拟合弧长 (解 15 参数) 是合适的, 其位置拟合精度在 0.1 m 左右, 径向位置误差可达厘米量级;
- (4) 对于轨道倾角接近于  $0$  的 GEO 卫星, 由于根数接近奇异, 升交点赤经  $\Omega$  和近地点角距  $\omega$  参数相关, 如果不采取特殊措施, 广播星历拟合精度较差。为保持广播星历参数的一致性, 可以采用坐标旋转方法提高广播星历的拟合精度。采用此方法后广播星历的三维位置拟合精度约为 0.1 m, 径向位置误差为厘米级。

**致谢:** 感谢上海天文台吴斌研究员和廖新浩研究员对本文工作的帮助。

### 参考文献:

- [1] 许其风. 测绘工程, 2001, 10(1): 1
- [2] 程鹏飞. 海洋测绘, 2003, 23(4): 49
- [3] 王莉. 飞行器测控学报, 1999, 18(4): 1
- [4] 胡松杰. 博士论文, 南京: 南京大学, 2003: 45
- [5] 刘基余, 李征航, 王跃虎等. 全球定位系统原理及其应用, 北京: 测绘出版社, 1993: 30~35
- [6] Kaplan E D. GPS 原理与应用, 邱致和, 王万义译. 北京: 电子工业出版社, 2002: 17~24
- [7] Navstar GPS Space Segment/Navigation User Interfaces, GPS Joint Program Office, 2004: 93~98

## Precision Analysis of Broadcast Ephemeris for Medium and High Orbit Satellites

HUANG Yong<sup>1,2</sup>, HU Xiao-gong<sup>1</sup>, WANG Xiao-ya<sup>1</sup>, HUANG Cheng<sup>1</sup>, GENG Yu-guang<sup>3</sup>

(1. *Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200030, China*; 2. *Graduate School of the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China*; 3. *Bureau of Land and Resources of Huangyan District, Taizhou, Zhejiang Province, Taizhou 318020, China*)

**Abstract:** The broadcast ephemeris parameters for GPS may be used in other satellite navigation system. Usually a satellite navigation system includes different kinds of satellites, for example, MEO (Medium Earth Orbits) satellites, IGSO (Inclined GeoSynchronous Orbits) satellites and GEO (Geostationary Earth Orbits) satellites. This paper studies the accuracy of broadcast ephemeris for above different kinds of satellite orbits using the broadcast ephemeris parameters for GPS, and especially analyses the accuracy of broadcast ephemeris for GEO satellites with near-zero-inclination. For MEO satellites, the fitting accuracy for 2 hours fitting arc can reach cm magnitude. For IGSO satellites and GEO satellites with not near-zero-inclination, the fitting accuracy for 4 hours fitting arc can reach 0.1 m, and the radial position error is cm magnitude. For GEO satellites with near-zero-inclination, the fitting accuracy is not good enough because of the correlation of parameters. A method of coordinate transformation is adopted to avoid correlation and to improve the fitting accuracy. Using this method for GEO satellites with near-zero-inclination, the fitting accuracy for 4 hours fitting arc can reach 0.1 m, and the radial position error is cm magnitude.

**Key words:** astrometry; Satellite Navigation System (SNS); broad cast ephemeris; MEO (Medium Earth Orbits); IGSO (Inclined GeoSynchronous Orbits); GEO (Geostationary Earth Orbits)