

文章编号: 1000-8349(2005)01-0080-13



# 星载 GPS 相位观测值非差运动学定轨探讨

郑作亚<sup>1,2,3</sup>, 蔡五三<sup>4</sup>, 黄 斌<sup>1</sup>, 程宗颐<sup>1</sup>, 冯初刚<sup>1</sup>

(1. 中国科学院 上海天文台, 上海 200030; 2. 中国科学院 研究生院, 北京 100039; 3. 山东科技大学, 青岛 266510; 4. 上海市科学技术委员会, 上海 200003)

**摘要:** 在几何法、动力学法和减缩动力学法定轨基础上, 探讨了星载 GPS 相位观测值非差运动学定轨方法及其实现程序。该方法无需复杂的力学模型和地面资料, 只需 LEO (Low Earth Orbit) 卫星上的 GPS 数据和 IGS 的 GPS 精密星历产品, 它计算简单、方便, 能快速、高精度地确定轨道, 同时, 还能确定一些动力学参数, 但没有轨道预报功能; 针对法方程系数矩阵比较庞大, 提出了矩阵分块、上三角化的参数解算方法, 并用 CHAMP 卫星资料分析了上述方法的定轨精度。

**关键词:** 天体力学; 星载 GPS; 相位观测; 非差; 运动学定轨

**中图分类号:** P139; P228.4 **文献标识码:** A

## 1 引 言

随着星载 GPS 精密定轨技术的发展, 越来越多的 LEO (Low Earth Orbit) 卫星安装了 GPS 接收机, 用来对其自身进行精密定轨。卫星精密定轨是卫星顺利完成科学任务的前提, 星载 GPS 观测进行卫星精密定轨的方法基本可分为 3 种: 几何法、动力学法和减缩动力学法。

几何法, 即利用 LEO 卫星上 GPS 接收机所接收的伪距观测值进行空中交汇定轨, 给出 LEO 卫星的位置。这种方法得到的轨道是一组离散的点, 连续的轨道必须通过拟合方法给出。几何法定轨的特点就是不受力学模型误差的影响, 对于 LEO 卫星, 它不受复杂的大气阻力模型误差的影响。影响几何法定轨精度的主要因素是伪距观测值的精度、GPS 卫星星座的构形和 GPS 卫星信号的连续性和稳定性。由于不涉及卫星运动的动力学性质, 所以几何法不能保证轨道外推的精度。

---

**收稿日期:** 2004-07-27; **修回日期:** 2004-10-09

**基金项目:** 国家自然科学基金资助项目 (10073017、40174008、19833030); 中国科学院知识创新工程重要方向资助项目 (KJ CX2-SW-T1); 国家 973 资助项目 (G1998040703)

动力学法就是利用星载 GPS 位置、伪距观测和相位观测以及相对应的观测模型进行精密定轨。该方法的优点是定轨精度较高, 可以对轨道进行外推预报。不足之处是, 必须较完整、周全地考虑各种卫星的受力摄动模型, 而目前很难分析出卫星所受的所有摄动, 不同高度、不同形状的卫星所受摄动情况不同, 且太阳光压、大气阻力等计算还比较复杂。同时, 对于各种摄动, 也很难用各种比较成熟的摄动模型分别对它们加以模型化。

Thomas 等人<sup>[1]</sup>提出了一种简化的动力学方法, 即减缩动力学法。它把几何法与动力学法有机地结合起来, 其中最简单的一种方式是把几何法取得的卫星位置矢量作为观测量进行轨道确定。该方式通过增加过程噪声将几何信息引入到力学模型中, 并通过调节相关时间常数参数  $T$  和稳健状态方差  $V$  使得定轨方法在动力学法和几何法之间变化。当  $T = 0$ ,  $V$  很大时, 该方法就为纯几何法; 当  $V = 0$ ,  $T$  很大时, 该方法就为纯动力学法<sup>[2]</sup>。该方法对 Topex 卫星定轨的结果表明<sup>[3]</sup>: 对利用星载 GPS 观测进行定轨而言, 这种减缩动力学法优于纯几何法和纯动力学法, 它所要求的采样量介于纯动力学法和纯几何法之间。

除上述 3 种方法外, 还有一种定轨新方法——GPS 运动学精密定轨法, 它利用 GPS 相位观测值进行快速几何定轨。其原理和几何法完全相同, 也只需要观测值, 无需考虑动力学因素, 计算简单、方便, 能快速、高精度地确定轨道, 且也没有预报功能, 并要求采样间隔比动力学方法小, 必须有高精度的 GPS 卫星位置和星钟改正作为已知量(可通过地面站计算, 也可直接由 IGS 产品提供)。不同的是, 该方法需要解算模糊度参数。目前, 载波相位运动学法能达到动力学法、减缩动力学法相当的精度<sup>[4]</sup>。

运动学精密定轨, 需利用载波相位以及对与载波相位有关的整周模糊度的解算。因此, 提供有效的星载 GPS 相位观测值, 确定 LEO 卫星精密轨道是利用 LEO 卫星进行科学研究的前提, 而且星载 GPS 精密定轨也为空基 GPS 气象学研究、大气反演提供了更精确的 LEO 卫星轨道。

## 2 相位观测值非差运动学定轨

### 2.1 定轨原理

令某  $t$  时刻的状态矢量为

$$X(t) = (x \ y \ z \ \delta t \ N)^T, \quad (1)$$

其中,  $x, y, z$  为该时刻 LEO 卫星位置(坐标),  $\delta t$  为该时刻 LEO 卫星钟差,  $N$  为待解模糊度参数。

GPS 卫星  $i$  在第  $j$  历元的相位观测方程为

$$L_{ij} = r_{ij} + c \cdot (\Delta t_i - \Delta t_j) - \rho_{ion,ij} + \rho_{mul,ij} + \rho_{rel,ij} + \rho_{pco,ij} + \rho_{pcv,ij} + \lambda N_i + \varepsilon_{ij}, \quad (2)$$

其中,  $r_{ij}$  为某历元  $j$  某 GPS 卫星  $i$  与 LEO 卫星之间的几何距离;  $c$  为光速;  $\Delta t_i$ 、 $\Delta t_j$  分别为 GPS 卫星钟差和 LEO 卫星钟差;  $\rho_{ion,ij}$  为电离层影响;  $\rho_{mul,ij}$  和  $\rho_{rel,ij}$  分别为多路径效应和相对论效应;  $\rho_{pco,ij}$  和  $\rho_{pcv,ij}$  分别为相位中心改正和相位中心变量;  $N_i$  为 GPS 卫星  $i$  的待解模糊度参数;  $\lambda$  为波长,  $\varepsilon_{ij}$  为噪声影响。

为了消除电离层的影响,对基本观测方程进行无电离层组合,组合后的相位观测方程为

$$L_{ij,3} = r_{ij} + c \cdot (\Delta t_i - \Delta t_j) + \rho_{\text{rel},ij} + \rho_{\text{pco},ij} + \rho_{\text{pcv},ij} + B_{i,3} + \varepsilon_{ij,3}, \quad (3)$$

其中,  $B_{i,3} = \frac{c}{f_1^2 - f_2^2} (f_1 \cdot N_{i,1} - f_2 \cdot N_{i,2})$  为无电离层组合后的模糊度参数,  $f_1$ 、 $f_2$  分别为  $L_1$ 、 $L_2$  上的频率,  $N_1$ 、 $N_2$  分别为两个频率上的模糊度。

伪距表示为

$$\rho_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2} + c \cdot t_j, \quad (4)$$

其中,  $i$  为在该历元接收到的某 GPS 卫星;  $j$  为该弧段内某历元;  $t_j$  为该历元的钟差改正;  $x_i$ 、 $y_i$ 、 $z_i$  为 GPS 卫星  $i$  的轨道坐标, 为已知量;  $x_j$ 、 $y_j$ 、 $z_j$  为 LEO 卫星在历元  $j$  时刻的坐标。计算中, GPS 卫星资料同样须经过 GPS 相位中心、相对论效应、星钟差和大气延迟等改正。同时, 由于 IGS 产品中标准 GPS 卫星每 15 min 给出一组精密星历, 而 CHAMP 卫星资料的采样间隔为 10 s, 因此, 需要对 GPS 卫星精密星历进行内插, 这里采用切比雪夫内插方法。

利用近似的 LEO 位置坐标  $(\hat{x}_j, \hat{y}_j, \hat{z}_j)$ 、LEO 钟差估计值  $\hat{t}_j$  和模糊度参数  $\hat{B}_i$  作为初始值, 可以计算得到近似初始距离值:

$$\hat{\rho}_{ij} = \sqrt{(x_i - \hat{x}_j)^2 + (y_i - \hat{y}_j)^2 + (z_i - \hat{z}_j)^2} + c \cdot \hat{t}_j + E \cdot \hat{B}_i, \quad (5)$$

然后以函数形式

$$f(x_C, y_C, z_C, t_C, B) = f(\hat{x}_C + \Delta x_C, \hat{y}_C + \Delta y_C, \hat{z}_C + \Delta z_C, \hat{t}_C + \Delta t_C, \hat{B} + \Delta B) \quad (6)$$

进行泰勒级数展开, 整理得

$$\begin{aligned} & f(\hat{x}_C + \Delta x_C, \hat{y}_C + \Delta y_C, \hat{z}_C + \Delta z_C, \hat{t}_C + \Delta t_C, \hat{B} + \Delta B) \\ &= f(\hat{x}_C, \hat{y}_C, \hat{z}_C, \hat{t}_C, \hat{B}) + \frac{\partial f(\hat{x}_C, \hat{y}_C, \hat{z}_C, \hat{t}_C, \hat{B})}{\partial \hat{x}_C} \Delta x_C + \frac{\partial f(\hat{x}_C, \hat{y}_C, \hat{z}_C, \hat{t}_C, \hat{B})}{\partial \hat{y}_C} \Delta y_C + \\ & \frac{\partial f(\hat{x}_C, \hat{y}_C, \hat{z}_C, \hat{t}_C, \hat{B})}{\partial \hat{z}_C} \Delta z_C + \frac{\partial f(\hat{x}_C, \hat{y}_C, \hat{z}_C, \hat{t}_C, \hat{B})}{\partial \hat{t}_C} \Delta t_C + \frac{\partial f(\hat{x}_C, \hat{y}_C, \hat{z}_C, \hat{t}_C, \hat{B})}{\partial \hat{B}} \Delta B, \quad (7) \end{aligned}$$

这里, 下标 C 代表 CHAMP 卫星。类似地, 下式中的下标 G 代表 GPS 卫星。某一颗 GPS 卫星对 LEO 卫星的观测有

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial f(\hat{x}_C, \hat{y}_C, \hat{z}_C, \hat{t}_C, \hat{B})}{\partial \hat{x}_C} = -\frac{x_G - \hat{x}_C}{\hat{r}}, \\ \frac{\partial f(\hat{x}_C, \hat{y}_C, \hat{z}_C, \hat{t}_C, \hat{B})}{\partial \hat{y}_C} = -\frac{y_G - \hat{y}_C}{\hat{r}}, \\ \frac{\partial f(\hat{x}_C, \hat{y}_C, \hat{z}_C, \hat{t}_C, \hat{B})}{\partial \hat{z}_C} = -\frac{z_G - \hat{z}_C}{\hat{r}}, \\ \frac{\partial f(\hat{x}_C, \hat{y}_C, \hat{z}_C, \hat{t}_C, \hat{B})}{\partial \hat{t}_C} = c, \\ \frac{\partial f(\hat{x}_C, \hat{y}_C, \hat{z}_C, \hat{t}_C, \hat{B})}{\partial \hat{B}} = E. \end{array} \right.$$

其中, 几何距离  $\hat{r} = \sqrt{(x_G - \hat{x}_C)^2 + (y_G - \hat{y}_C)^2 + (z_G - \hat{z}_C)^2}$ 。简化 (5) 式得

$$\rho_o = \rho_c - \frac{1}{\hat{r}} [(x_G - \hat{x}_C) \Delta x_C + (y_G - \hat{y}_C) \Delta y_C + (z_G - \hat{z}_C) \Delta z_C] + c \cdot \Delta t_C + \mathbf{E} \cdot \Delta B, \quad (8)$$

式中,  $\rho_o$  是观测值;  $\rho_c$  是计算值;  $\mathbf{E}$  是系数矩阵, 其元素为 0 或 1;  $\Delta B$  为 LC 组合后模糊度改正数。

在运动学定轨中, 由于各历元的位置是相互独立的, 因此, 其方程系数矩阵比较庞大, 主要涉及观测方程系数矩阵和法方程系数矩阵。

待估参数:

$$\begin{aligned} X &= (\Delta x_1 \Delta y_1 \Delta z_1 c \cdot \Delta t_1 \dots \Delta x_n \Delta y_n \Delta z_n c \cdot \Delta t_n \\ &B(1)_1 \dots B(k)_1 \dots B(1)_{28} \dots B(k)_{28})^T, \end{aligned} \quad (9)$$

其中,  $n$  为该弧段内历元个数,  $k$  表示某颗 GPS 卫星在该弧段内的模糊度个数。值得注意的是, 这里应该把钟差改正量  $c \cdot \Delta t$  作为未知参数, 而非把钟差  $\Delta t$  作为未知参数, 避免系数矩阵中  $c$  与其他系数相差太大, 即防止大数“吃掉”小数<sup>[5]</sup>。另外, 参数解  $\Delta t$  过小, 会因为截断误差等带来很大的误差。

若将变量分为全局变量和局部变量, 误差方程 (8) 可进一步表示为

$$\Delta \rho = \rho_o - \rho_c = \mathbf{A}_1 \mathbf{X}_1 + \mathbf{A}_g \mathbf{X}_g = (\mathbf{A}_1 \mathbf{A}_g) \begin{pmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{X}_g \end{pmatrix} = \mathbf{H} \Delta \mathbf{x}, \quad (10)$$

式中, 下标 1、g 分别表示局部和全局,  $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{H}$  分别表示系数矩阵,  $\mathbf{X}_1(x_j, y_j, z_j, \Delta t_j)$  为坐标改正和钟差变量,  $\mathbf{X}_g(B_k)$  为无电离层组合后的模糊度参数。但由于系数矩阵很大, 不能对方程直接求解, 而且目前计算机的内存很难满足此要求, 计算速度也很慢, 因此需要对系数矩阵进行分块运算。

(10) 式的系数矩阵可进一步表示为

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} \overbrace{\begin{pmatrix} (\mathbf{A}_{M_1}) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & (\mathbf{A}_{M_2}) & \vdots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & (\mathbf{A}_{M_n}) \end{pmatrix}}^{\text{待估参数}(x, y, z, \delta t)} & \overbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} & \dots & \mathbf{A}_{1k} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} & \dots & \mathbf{A}_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{A}_{n1} & \mathbf{A}_{n2} & \dots & \mathbf{A}_{nk} \end{pmatrix}}^{\text{模糊度 } N} \end{pmatrix}, \quad (11)$$

式中,  $\mathbf{A}_{ij}$  为无电离层组合后的模糊度系数, 当它为 1 时, 表示该历元中接收到某 GPS 卫星信号; 当它为 0 时, 表示该历元中没有接收到某 GPS 卫星信号。( $\mathbf{A}_{M_j}$ ) 为第  $j$  个历元所观测

到 GPS 卫星的误差方程系数矩阵, 即

$$\mathbf{A}_{M_j} = \overbrace{\begin{pmatrix} -\frac{x_j - x_1}{\rho_{C1}} & -\frac{y_j - y_1}{\rho_{C1}} & -\frac{z_j - z_1}{\rho_{C1}} & 1 \\ -\frac{x_j - x_2}{\rho_{C2}} & -\frac{y_j - y_2}{\rho_{C2}} & -\frac{z_j - z_2}{\rho_{C2}} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -\frac{x_j - x_{k_j}}{\rho_{Ck_j}} & -\frac{y_j - y_{k_j}}{\rho_{Ck_j}} & -\frac{z_j - z_{k_j}}{\rho_{Ck_j}} & 1 \end{pmatrix}}^{k_j \times 4}. \quad (12)$$

LEO 卫星的坐标初始值由伪距平滑相位值或伪距观测值进行单点定位给出, 同时, 通过单点定位可以获取钟参数的初始值。

根据平差理论, 法方程为

$$\mathbf{N}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{W} = 0, \quad (13)$$

其参数解为

$$\Delta\mathbf{x} = -\mathbf{N}^{-1}\mathbf{W} = (\mathbf{H}^T\mathbf{P}\mathbf{H})^{-1}\mathbf{H}^T\mathbf{P}\Delta\rho, \quad (14)$$

其中,  $\mathbf{N}$  为法方程系数矩阵,  $\mathbf{W}$  为 O-C 残差,  $\mathbf{H}$  为观测方程系数矩阵,  $\mathbf{P}$  为观测资料的权重。在下面的分析中, 观测资料被视为等权。

$$\mathbf{N} = \mathbf{H}^T\mathbf{H} = \begin{pmatrix} \mathbf{W}_{11} & \mathbf{W}_{12} \\ \mathbf{W}_{21} & \mathbf{W}_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \theta & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \theta \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \theta & \theta & \dots & \theta \\ \theta & \theta & \dots & \theta \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \theta & \theta & \dots & \theta \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \theta & \theta & \dots & \theta \\ \theta & \theta & \dots & \theta \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \theta & \theta & \dots & \theta \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \theta & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \theta & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \theta \end{pmatrix} \end{pmatrix}, \quad (15)$$

式中,  $\theta$  表示非零部分, 其余均为 0。在主对角线上, 对应于  $\mathbf{W}_{11}$  的左上角部分为 LEO 卫星坐标和钟参数对应的系数,  $\theta$  内为  $4 \times 4$  子矩阵; 对应于  $\mathbf{W}_{22}$  的右下角部分为模糊度对应系数子矩阵; 右上角和左下角部分是对称的, 为相关部分。由于钟差参数和坐标参数同属于完全独立的局部变量, 我们在非差运动学法定轨方程系数矩阵 (图 1(a)) 中将钟差参数和坐标参数作为一部分 (局部变量), 模糊度参数作为另一部分 (半全局变量)。从图 1 可以看出, 系数结构 (a) 比文献 [6] 所构成的法方程系数矩阵 (b) (将坐标改正和钟差分成两部分参数, 就多了钟差参数和坐标参数的协相关部分) 结构简单, 计算量也少, 进而减少了计算误差的来源, 避免了钟差与坐标改正量之间的协相关部分。

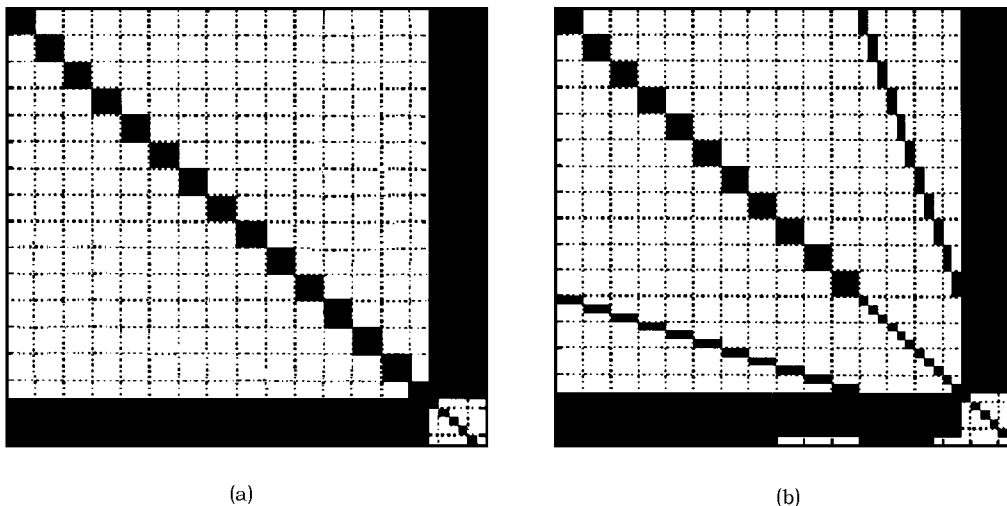


图 1 法方程系数矩阵结构比较图

相应的法方程系数矩阵和常数项阵为

$$\begin{pmatrix} A_1^T P A_1 & A_1^T P A_g \\ A_g^T P A_1 & A_g^T P A_g \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} A_1^T P \Delta \rho \\ A_g^T P \Delta \rho \end{pmatrix}. \quad (16)$$

对于一天的观测资料, 在等权情况下, 法方程系数结构为

$$\begin{pmatrix} N_{11} & 0 & \dots & 0 & N_{1(1)1} & \dots & N_{1(20)1} & \dots & N_{28(1)1} & \dots & N_{28(20)1} \\ 0 & N_{22} & \ddots & \vdots & N_{1(1)2} & \dots & N_{1(20)2} & \dots & N_{28(1)2} & \dots & N_{28(20)2} \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & N_{nn} & N_{1(1)n} & \dots & N_{1(20)n} & \dots & N_{28(1)n} & \dots & N_{28(20)n} \\ N'_{1(1)1} & N'_{1(1)2} & \dots & N'_{1(1)n} & N'_{1(1)11} & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & 0 & \ddots & \dots & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ N'_{1(20)1} & N'_{1(20)2} & \dots & N'_{1(20)n} & \dots & N_{1(20)nn} & \dots & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ N'_{28(1)1} & N'_{28(1)2} & \dots & N'_{28(1)n} & \dots & \dots & \dots & N_{28(1)11} & \dots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ N'_{28(20)1} & N'_{28(20)2} & \dots & N'_{28(20)n} & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & N_{28(20)nn} \end{pmatrix}, \quad (17)$$

其中,  $N_{(ki)(ki)}$  为一个  $1 \times 1$  的子矩阵,  $N_{i(ki)}$  为  $4 \times 1$  的子矩阵,  $N_{ki(i)}$  为  $1 \times 4$  的子矩阵,  $N_{ii}$  为  $4 \times 4$  的正定子矩阵, 下标 20 是每颗 GPS 卫星一天内的模糊度解算个数。这样就可以用矩阵分块运算的方法进行解算。对于这类数据, 可以考虑用 GIVEN 正交变换、多级复弧法等方法进行解算。

按 (17) 式, 将 (16) 式简化为

$$\begin{pmatrix} N_{11} & 0 & \dots & 0 & N_{1g} \\ 0 & N_{22} & \ddots & \vdots & N_{2g} \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & N_{nn} & N_{ng} \\ N_{g1} & N_{g2} & \dots & N_{gn} & N_{gg} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} L_{1g} \\ L_{2g} \\ \vdots \\ L_{ng} \\ L_{gg} \end{pmatrix}. \quad (18)$$

对于这类矩阵的运算, 首先将它分块, 然后采用全选主元高斯消去法, 依次消除最后一行的  $N_{g1}, N_{g2}, \dots, N_{gn}$ , 最后法方程系数矩阵转化成带有块结构的上三角矩阵, 形式如下:

$$\begin{pmatrix} N_{11} & 0 & \dots & 0 & N_{1g} \\ 0 & N_{22} & \ddots & \vdots & N_{2g} \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & N_{nn} & N_{ng} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & N'_{gg} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} L_{1g} \\ L_{2g} \\ \vdots \\ L_{ng} \\ L'_{gg} \end{pmatrix}, \quad (19)$$

其中,

$$N'_{gg} = N_{gg} - N_{gn}N_{nn}^{-1}N_{ng} - N_{g(n-1)}N_{(n-1)(n-1)}^{-1}N_{(n-1)g} - \dots - N_{g1}N_{11}^{-1}N_{1g}, \quad (20)$$

$$L'_{gg} = L_{gg} - N_{gn}N_{nn}^{-1}L_{ng} - N_{g(n-1)}N_{(n-1)(n-1)}^{-1}L_{(n-1)g} - \dots - N_{g1}N_{11}^{-1}L_{1g}. \quad (21)$$

经上三角变化后,  $N'_{gg}$  一般表现为对称非正定矩阵, 可用全选主元高斯消去法解算模糊度参数。

## 2.2 LEO 卫星误差分析及处理

从非差相位观测方程可以看出, 非差方程中含有电离层、多路径、相对论和相位中心改正等多种误差影响 (由于 LEO 卫星一般在 200 km 以上, 所以认为不受对流层的影响)。对于这些误差, 分别利用以下方案处理:

(1) 电离层改正, 无电离层组合消除;

(2) 多路径效应改正, 对于 LEO 卫星, 多路径效应表现为高频信息, 且影响很小, 可以用平滑方法滤去;

(3) 相对论效应改正, 包括卫星钟频率漂移和地球引力场引起的信号传播的几何延迟 (引力延迟) 改正<sup>[7]</sup>。其中频漂引起的距离偏差为

$$\Delta D_{\text{rel}} = -\frac{2\sqrt{GMa}}{c}e \cdot \sin E, \text{ 或 } \Delta D_{\text{rel}} = -\frac{2\mathbf{r} \cdot \dot{\mathbf{r}}}{c} = -\frac{2(x \cdot \dot{x} + y \cdot \dot{y} + z \cdot \dot{z})}{c}, \quad (22)$$

其中,  $GM$  为地球引力常数;  $c$  为光速;  $a$  为 LEO 卫星轨道半长轴,  $e$  为卫星轨道的偏心率,  $E$  为偏近点角;  $\mathbf{r}$  和  $\dot{\mathbf{r}}$  分别为 LEO 卫星在某时刻的位置和速度。对于 CHAMP 卫星而言,  $\Delta D_{\text{rel}} = -1.2126 \sin E$  m, 相对论效应影响大小 (引力延迟改正一般不考虑) 为  $[-1.2126, 1.2126]$ , 而 GPS 卫星的相对论效应可达 15 m 甚至 20 余 m。由此可见, 相对论效应的影响不可忽略。

(4) 相位中心改正, 根据 CHAMP 卫星在星固系中的相位改正数计算每时刻它在地固系中的相位中心改正。

对于 CHAMP 卫星, 有两个星固系 GPS 天线: 主天线 (GPS PDO-Antenna Main) 和预备天线 (GPS PDO-Antenna Reserve)。它们的相位中心偏差值分别为

$$\delta_1 = \begin{bmatrix} -1.4880 \\ 0.0 \\ -0.3928 \end{bmatrix}, \quad \delta_2 = \begin{bmatrix} -1.7389 \\ 0.0 \\ -0.2606 \end{bmatrix}. \quad (23)$$

图 2 是相位中心改正转换示意图。

CHAMP 卫星的相位中心偏差是相对于星固坐标系的, 如果在地固系中定轨, 则必须经过上述转换; 如果在惯性系中定轨, 则直接由星固系转换到惯性系即可。

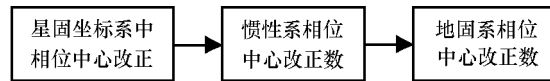


图 2 相位中心改正示意图

### 3 模块与流程

根据上述分析, 星载 GPS 相位观测值非差运动学定轨方法的流程如图 3 所示。

其具体操作步骤如下:

(1) 获取 GPS 精密星历和钟差信息, 可以由地面 IGS 站计算得到, 也可以直接由 IGS 产品提供;

(2) 进行相位中心、相对论效应和大气延迟等改正, 并内插成 LEO 卫星相同采样间隔, 给出高精度的、与 LEO 观测资料相同采样间隔的 GPS 轨道和钟差;

(3) 获取 LEO 卫星观测资料, 并进行 GPS 观测资料预处理, 包括野值剔除、周跳探测与修复、模糊度初始解等;

(4) 对 LEO 资料进行相位中心、相对论效应等改正, 给出改正后的相位观测资料;

(5) 利用 LEO 卫星伪距给出 LEO 卫星初始坐标和钟差信息;

(6) 利用 GPS 卫星轨道、LEO 卫星初始坐标和钟差信息计算理论值:

$$\rho_c = \sqrt{(x_G - x_C)^2 + (y_G - y_C)^2 + (z_G - z_C)^2} + c \cdot t_C + E \cdot B;$$

(7) 利用改正后的相位观测值和计算值, 计算残差:  $\Delta\rho = \rho_o - \rho_c$ ;

(8) 偏微分计算误差方程系数矩阵, 并法化;

(9) 由于系数矩阵很庞大, 将法化后的误差方程系数矩阵上三角化;

(10) 计算模糊度参数;

(11) 回代求解坐标改正量和钟差信息;

(12) 坐标和钟信息更新后, 重复 (6)~(11), 直到收敛结束;

(13) 利用 O-C 残差进一步探测残余周跳并修复, 重新进行参数解算;

(14) 给出 LEO 卫星轨道和精度信息。



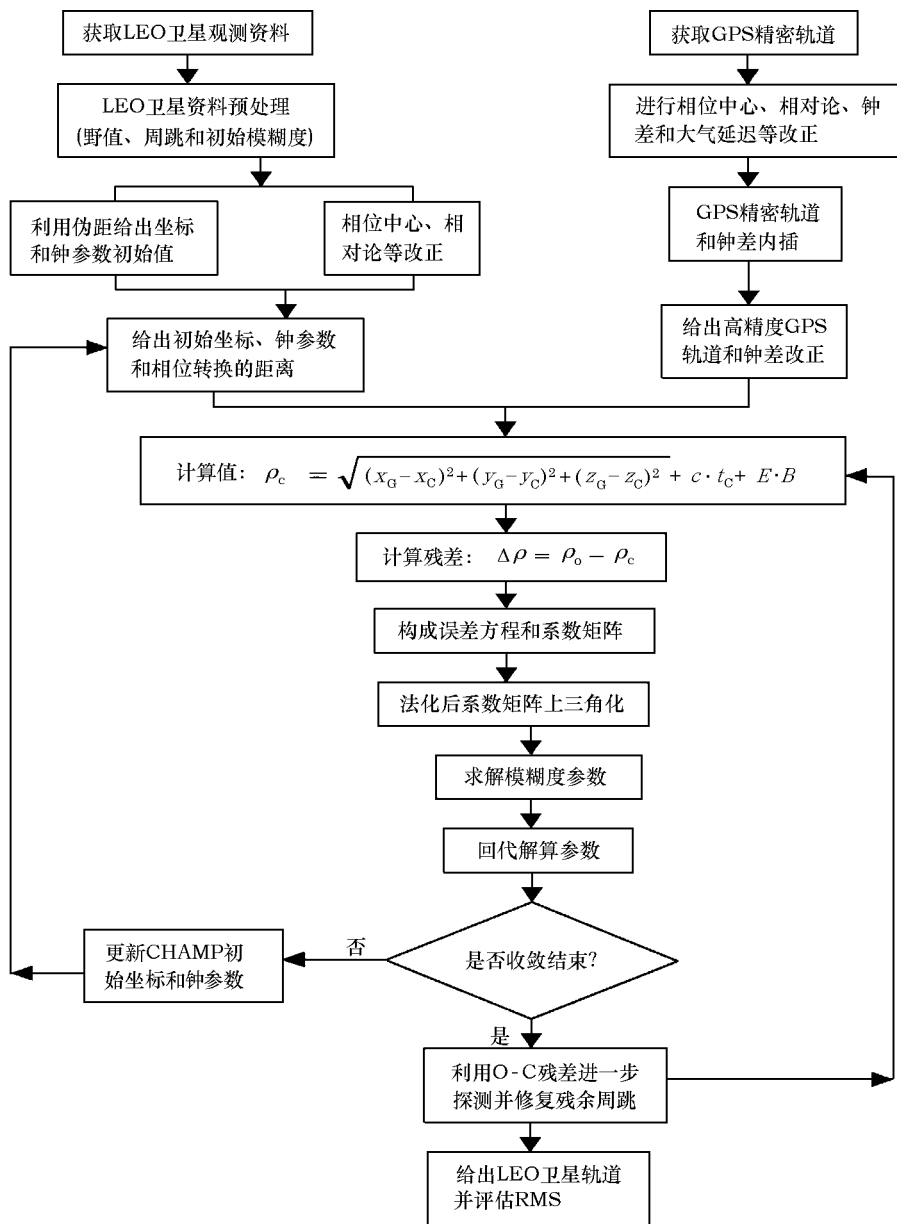


图3 星载GPS相位非差运动学定轨法流程图

## 4 算例分析

根据上述运动学定轨理论的探讨, 本文对2001年7月16日的CHAMP卫星轨道进行了定轨, 其中资料采样间隔为10 s。

## (1) 计算所得的地固系中坐标与内符合精度

我们利用自己编写的程序以及一天观测资料, 确定了 CHAMP 卫星在地固系中的轨道坐标(如图 4)。

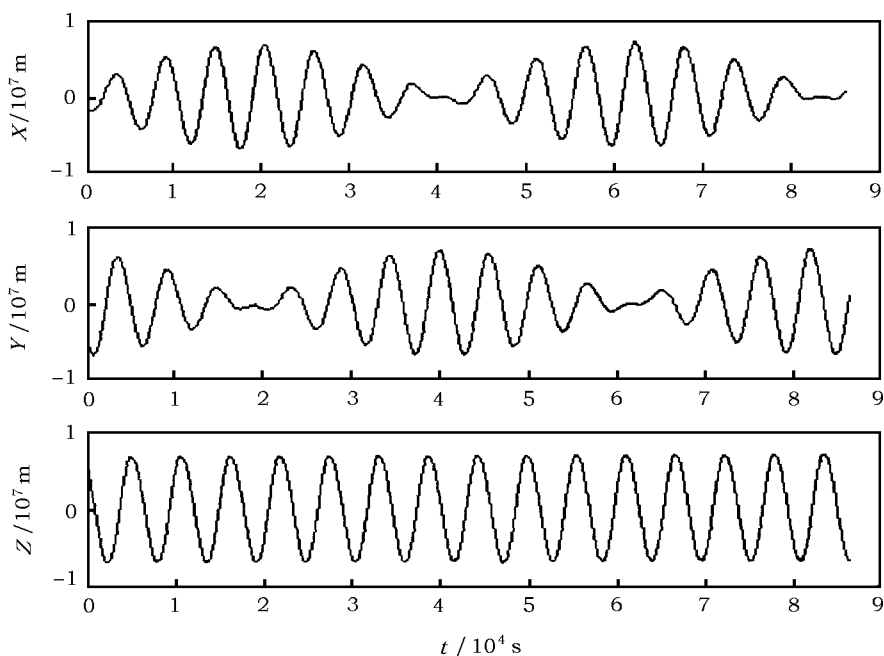


图 4 CHAMP 卫星坐标

图 5 和图 6 分别为 O-C 残差分布和每个历元时刻的内符合精度 RMS。从图可以看出, 轨道内符合精度在 10 cm 左右。当然, 内符合精度高并不能说明定轨精度高, 它只说明轨道叠代是收敛的, 还要通过外符合精度才能衡量定轨精度。

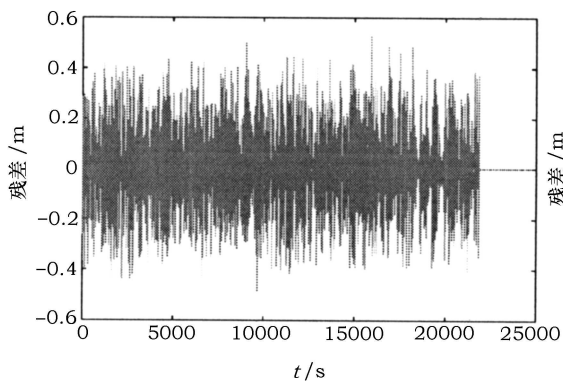


图 5 O-C 残差分布

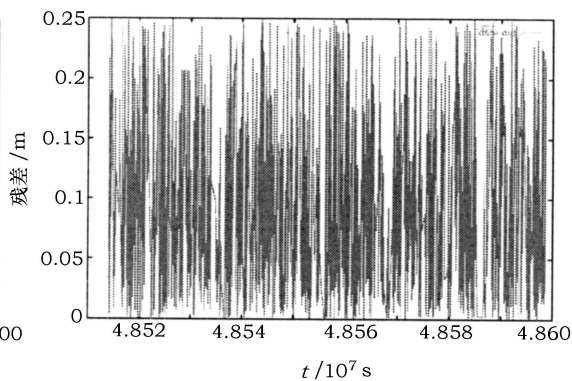


图 6 内符合精度 RMS

## (2) 资料利用率

我们利用自己编写的 GPS 预处理程序对资料进行了处理。运动学定轨对 GPS 卫星资料的特殊要求(每个历元至少接收 5 颗 GPS 卫星资料), 使得其资料利用率大大降低。图 7 是预

处理前后每个 GPS 卫星资料的利用个数和比例。图中，A 表示原始资料个数；B 表示利用 Blewitt 方法周跳探测处理后的资料个数；C 表示利用本程序两个周跳探测条件<sup>[8]</sup>处理后的资料个数；D 表示 B 资料占 A 的比例 (70%~80%)；E 表示 C 资料占 A 的比例 (60%~70%)；F 表示 C 资料占 B 的比例 (90% 左右)。

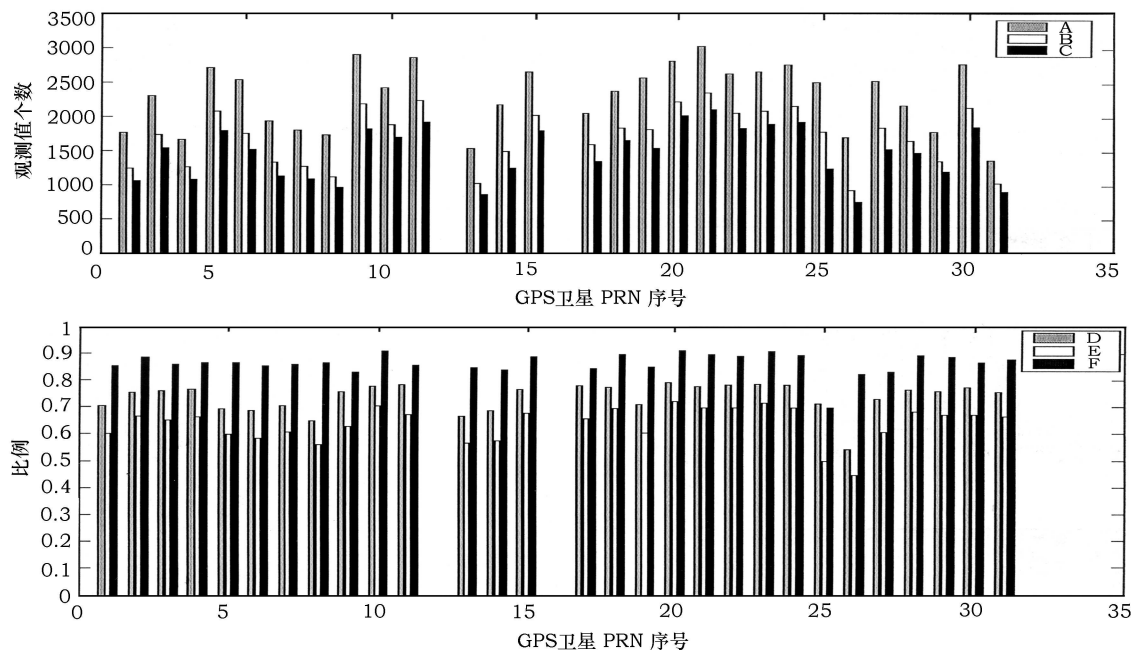


图7 GPS 资料预处理前后的利用率

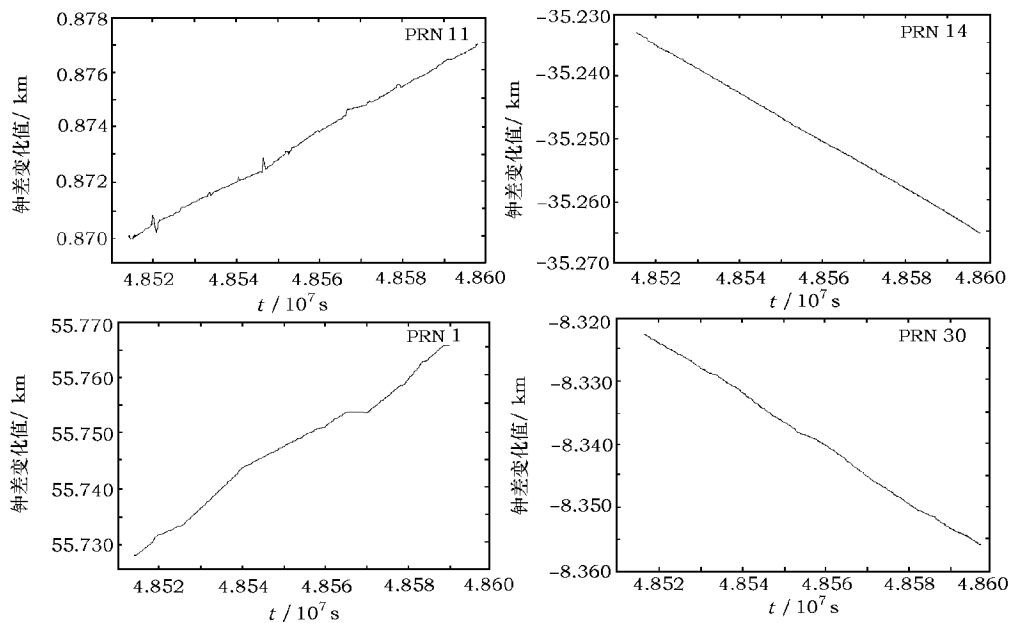


图8 内插后的 GPS 钟差变化

## (3) 钟差改正信息

图 8 和图 9 分别显示了 GPS 卫星和 CHAMP 卫星钟差的变化。可以看出, GPS 钟差改正变化比较稳定, 历元间变化只有分米甚至厘米级的近线性变化, 而 CHAMP 卫星上的 GPS 接收机钟差改正变化较大, 且很不稳定。

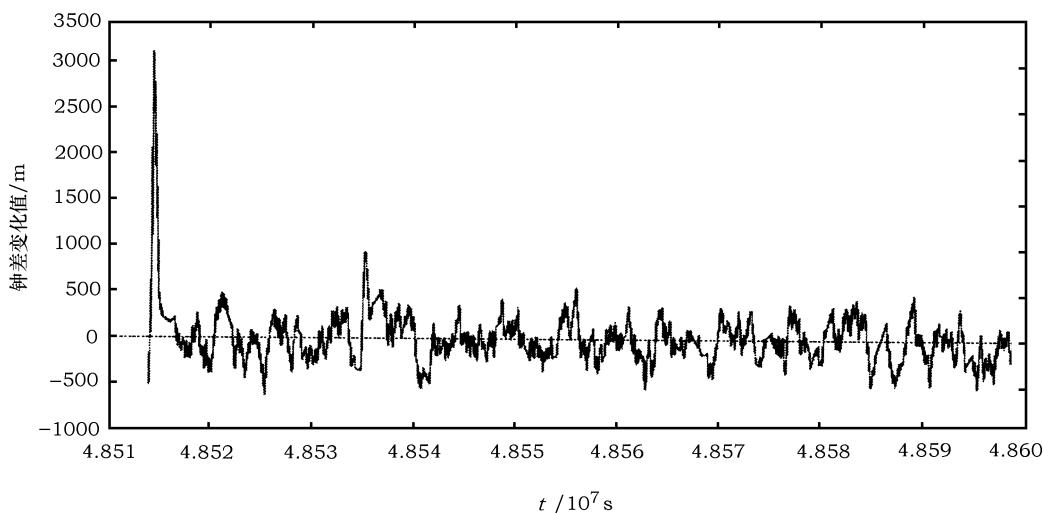


图 9 CHAMP 卫星钟差变化

## (4) 与 GFZ 轨道比较

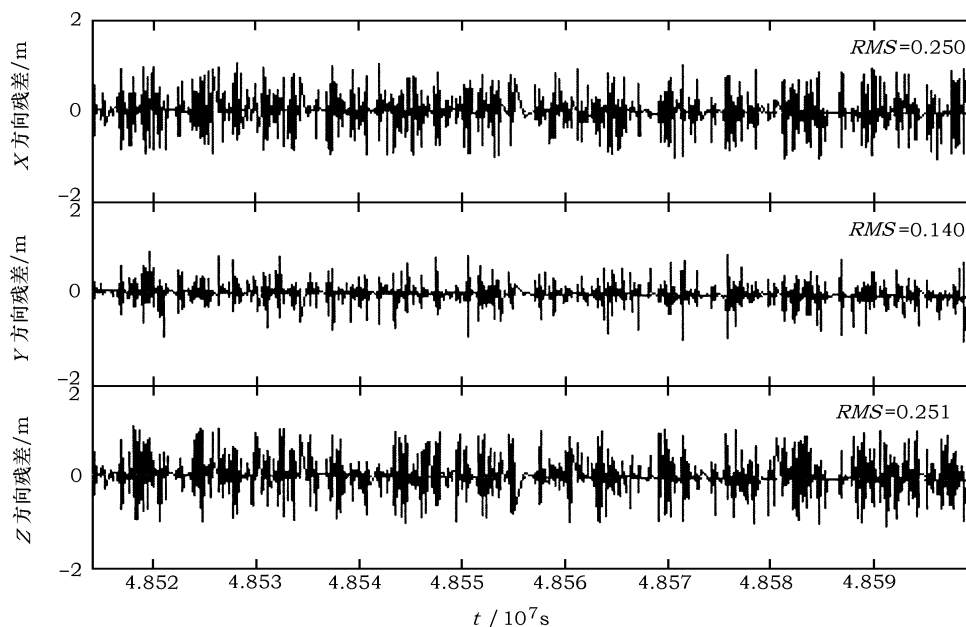


图 10 我们确定的轨道与 GFZ 标准轨道的比较

其中点位误差为 0.381 m.

图 10 为我们所确定的轨道与 GFZ (德国地学中心, GeoForschungsZentrum) 标准轨道的比较。由图可见, 在地固系中每个坐标方向上的残差为 2 dm 左右, 点位残差为 3~4 dm, 这能满足一般的定轨要求。

## 5 结 论

上述理论探讨以及相应实例分析表明: 利用星载 GPS 相位观测值进行非差运动学定轨是可行的, 它能满足一般定轨精度要求, 而且计算简单、方便, 无需考虑各种摄动模型和复杂的地面资料, 只需 LEO 卫星上的 GPS 数据和 IGS 的 GPS 精密星历产品, 能快速、高精度地确定轨道, 同时, 还能确定一些动力学参数。当然, 不足的是该方法没有轨道预报功能。

### 参考文献:

- [1] Thomas P Y, Willian G M. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1990, 28(1): 24
- [2] Hua Su M Sc. Dissertation, Bundeswehr Munchen: bei der Universitat der Bundeswehr Munchen, 2000: 79
- [3] Brtiger W I, Barsever Y E. JGR, 1994, 99: 24449
- [4] Svehla D. IAG, 2002, 125: 322
- [5] 李庆扬, 王能超, 易大义. 数值分析, 武汉: 华中理工大学出版社, 1986: 14~15
- [6] Svehla D, Rothacher M. Advances in Geosciences, 2002, 1: 1
- [7] 魏子卿, 葛茂荣. GPS 相对定位的数学模型, 北京: 测绘出版社, 1998: 70~73
- [8] 郑作亚, 程宗颐, 黄斌等. 天文学报, 2005, 待发表

## Discussion on the Kinematic Orbit Determination by the Onboard GPS Zero-Differential Phase Observations

ZHENG Zuo-ya<sup>1,2,3</sup>, CAI Wu-san<sup>4</sup>, HUANG Cheng<sup>1</sup>, CHENG Zong-yi<sup>1</sup>, FEGN Chu-gang<sup>1</sup>  
(1. Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200030, China; 2. Graduate School of the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China; 3. Shandong university of Science and Technology, Qingdao 266510, China; 4. Shanghai Science and Technology Committee, Shanghai 200003, China)

**Abstract:** Based on the geometric, dynamic and reduced dynamic precise orbit determination (POD), a kinematic POD by the onboard GPS zero-differential phase observations was discussed and programmed. It applies the observations of GPS receive onboard LEO (Low Earth Orbit) and the precise GPS ephemeris of IGS rather than the complicated dynamic models and ground observations. It is simple and convenient in computation, rapid and precise in orbit determination and could provide estimations of some dynamic parameters too. However, it is unable to predict the orbit. The coefficient matrix of the normal equation is very huge and so in its reverse it is divided into sub-matrixes and then is transformed into upper-triangular. As an example of application of this new method the CHAMP data are analyzed in order to estimate the precision of POD.

**Key words:** celestial mechanics; onboard GPS; phase measurement; zero-differential; kinematic POD