

# 卫星星座与编队飞行问题综述

胡松杰<sup>1,2</sup> 王 歆<sup>1</sup> 刘 林<sup>1</sup>

(1. 南京大学天文系 南京 210093)

(2. 北京航天指挥控制中心 北京 100094)

## 摘 要

卫星应用的日益发展需要由多颗卫星组成的卫星系统(形成各种类型的星座)来替代单颗卫星,这就给卫星轨道力学的应用增加了一些新内容。重点阐述了卫星星座整体结构的演化、卫星星座编队飞行中的星-星相对几何构形及其保持问题,以及星座卫星定轨所涉及的测控方式和天地基网联合定轨问题。这些内容都是卫星星座轨道力学中的重要组成部分。

关键词 天体力学 — 卫星星座与编队飞行 — 综述 — 力学机制 — 天地基网联合定轨

分类号 P139

## 1 引 言

随着卫星应用需求的日益发展,特别是上世纪 80 年代以来,越来越多的飞行任务已不能仅靠单颗卫星来完成,于是由多颗卫星组成的卫星星座,因其所具有的在轨冗余性、稳健性、可靠性和抗毁性等特点而倍受人们的关注,成为许多航天任务的首选方案。这种卫星系统一般可以简单地分为 3 类<sup>[1,2]</sup>,即卫星星团、卫星编队和分布式卫星系统(通常称为星座)。所谓卫星星团是指两颗或多颗位于不同(也可以是相同)轨道上的卫星像一颗很大的卫星一样执行预定任务的卫星系统,它不要求有特殊的几何构形;卫星编队则是指具有特殊几何构形要求,并且卫星间的相对位置要求保持在一定精度范围内的卫星系统。它常应用于一些对地观测任务,如用作空基雷达,在任务期间需要通过主动或被动技术来控制 and 维持其编队的几何形状;卫星星座是指一个由多颗卫星构成的用于完成某项任务的空间系统,如全球定位系统(GPS)等。卫星星团和卫星编队通常只服务于很小的地区,而卫星星座通常服务于一个很大的区域。一般卫星星团和卫星编队可以看作分布式卫星系统的一个子集,故可统称为卫星星座。文献[3]第 6 章介绍了星座设计以及如何描述一个星座的结构,如 Walker 星座可以用轨道高度、倾角和卫星总颗数、轨道平面个数以及相邻轨道面间卫星相位差这些参数来描述。

上述 3 种卫星系统, 由于都可能由大量的卫星构成, 因此卫星间的相互碰撞以及与系统外其它卫星的碰撞概率的分析评估是其一大课题, 而这种分析评估势必需要系统结构演化的有关知识。卫星编队和卫星星座都被赋予了特殊的几何形状或结构, 为了完成预定任务, 这两种系统都必须在一定精度范围内保持其原设计的相对几何构形。但是由于存在各种摄动因素和卫星入轨误差, 各卫星的实际位置会相对设计轨道发生漂移, 卫星之间的相对相位也会不断发生变化, 从而影响整个系统的性能。这种演化具有怎样的规律和特征? 会达到什么程度? 是工程设计中必须考虑的重要问题, 它将直接关系到卫星系统正常运行的控制。

对于卫星编队, 除了要考虑各卫星的轨道演化外, 还应进一步考虑卫星之间相对位置关系的变化, 尤其是星-星之间距离不大时的编队飞行, 如何保持各星之间相对几何构形不变是一个值得重视的力学机制问题。另外, 由于卫星星座中的卫星数目可能较大, 这就涉及到地面或空间测控方式以及多星定轨或天地基网联合定轨问题。本文将对上述各问题, 特别是所涉及的轨道力学内容作一综述。

## 2 卫星星座结构的演化

星座几何结构可以用卫星的绝对位置或(和)卫星间的相对几何关系来确定。一般卫星的实际位置相对设计位置的变化反映了星座结构在时空中的绝对变化(称之为时空变化或绝对变化), 而卫星之间相对位置的变化则反映了星座结构空间几何的变化(称之为空间几何变化或相对变化)。卫星轨道演化结果可以很清楚地描述星座结构时空变化的规律, 这是读者所熟知的, 本文不再重复这些内容, 而主要阐述星座结构的相对变化。

### 2.1 地球扁率摄动的影响

卫星星座的卫星轨道高度一般集中在 500~36000 km 之间, 在这个高度范围内, 卫星运动轨道变化最主要的摄动源是地球扁率, 因此, 下文就以地球扁率摄动为例阐述其对卫星星座空间结构的影响。

卫星的相对位置关系可以用卫星轨道半长轴  $a$ 、偏心率  $e$ 、倾角  $i$  以及卫星相位和升交点位置关系来描述。由于地球扁率摄动不会引起卫星轨道半长轴、偏心率和倾角的长期变化, 而会导致卫星相位和升交点赤经的长期变化<sup>[4~6]</sup>, 因此可以用卫星间的相位和升交点赤经的变化来描述星座结构的相对变化。这里所指的卫星相位通常定义为卫星的沿迹量  $\lambda = \omega + M$ , 即卫星的近地点幅角  $\omega$  和平近点角  $M$  之和。

对星座中任意两颗卫星  $i$  和  $j$ , 由地球扁率摄动引起的卫星轨道面之差和相位差的长期变化率为

$$\Delta\Omega_1 = -\frac{3J_2R_e^2}{2} \left( \frac{n_i \cos i_i}{p_i^2} - \frac{n_j \cos i_j}{p_j^2} \right), \quad (1)$$

$$\Delta\lambda_1 = \frac{3J_2R_e^2}{2} \left\{ \frac{n_i}{p_i^2} \left[ \left( 2 - \frac{5}{2} \sin^2 i_i \right) + \left( 1 - \frac{3}{2} \sin^2 i_i \right) \sqrt{1 - e_i^2} \right] - \frac{n_j}{p_j^2} \left[ \left( 2 - \frac{5}{2} \sin^2 i_j \right) + \left( 1 - \frac{3}{2} \sin^2 i_j \right) \sqrt{1 - e_j^2} \right] \right\}. \quad (2)$$

这里,  $\Delta\Omega_1$  为两卫星升交点赤经差的长期变化率,  $\Delta\lambda_1$  为两卫星相位差的长期变化率,  $J_2$  为地球动力学扁率,  $R_e$  为地球参考椭球体的赤道半径,  $p = a(1-e^2)$  为轨道半通径,  $n = \sqrt{GE/a^3}$  为卫星的平运动速度 (简称平运动, 其中  $GE$  为地心引力常数)。式中下标 “ $i$ ” 表示第  $i$  颗卫星的轨道根数, 下标 “ $j$ ” 表示第  $j$  颗卫星的轨道根数。

由上两式可见, 对卫星的轨道半长轴、偏心率和倾角均相同的星座, 地球扁率摄动不会引起卫星之间相位差和升交点赤经差的长期变化, 即地球扁率的长期摄动不会引起这类星座结构的相对变化。这个性质是很有意义的, 因为尽管星座结构发生了时空变化, 但只要星座的空间几何结构保持不变, 就可通过简单的坐标旋转和时间平移来证明星座的全球覆盖性能不会发生变化。

## 2.2 卫星入轨偏差的影响

在实际的卫星星座组网过程中, 卫星并不一定能够十分准确地进入设计轨道, 其实际轨道往往会与设计轨道产生偏差 (称之为入轨偏差)。通常这种入轨偏差在设计指标允许范围内, 但是它仍然能够引起实际轨道和设计轨道在摄动变化上的不可忽略的差异, 而且还存在因轨道半长轴偏差导致的卫星位置在轨道沿迹方向上的长期变化。

由两颗卫星各自的入轨偏差引起的轨道变化之差可得两星之间相对位置的长期变化率, 这里给出相应的计算公式:

$$\begin{cases} \Delta\Omega = (\delta\Omega_1)_i - (\delta\Omega_1)_j, \\ \delta\lambda = (\delta\lambda_1 + \Delta\lambda)_i - (\delta\lambda_1 + \Delta\lambda)_j. \end{cases} \quad (3)$$

式中,  $\delta\Omega_1$  和  $\delta\lambda_1$  分别为入轨偏差引起的地球扁率摄动的变化项, 有

$$\delta\Omega_1 = -\frac{7\Omega_1}{2a}\delta a_0 + \frac{4ae\Omega_1}{R_e p}\delta e_0 - \frac{\sin i\Omega_1}{\cos i}\delta i_0, \quad (4)$$

$$\delta\lambda_1 = -\frac{7\lambda_1}{2a}\delta a_0 + \frac{ae}{R_e p}\left[\frac{3J_2}{2p^2}n\left(2 - \frac{5}{2}\sin^2 i\right) + 3\lambda_1\right]\delta e_0 - \frac{3J_2}{4p^2}n\left(5 + 3\sqrt{1-e^2}\right)\sin 2i\delta i_0, \quad (5)$$

$$\Delta\lambda = \delta n_0(t - t_0) = -\frac{3n}{2a}\delta a_0(t - t_0). \quad (6)$$

这里,  $\delta a_0$ 、 $\delta e_0$ 、 $\delta i_0$  分别为卫星的入轨偏差,  $\Omega_1$  和  $\lambda_1$  分别是相应的长期变化项。

对于这种变化, 即使这两颗卫星的轨道高度、偏心率和倾角都相同, 但由于入轨偏差的影响, 两颗卫星之间的相位差和轨道面的位置差也会有缓慢的长期变化, 从而引起星座结构的变化<sup>[7]</sup>。如果不进行轨控, 则会导致星-星之间相对几何构形的改变。

## 3 卫星编队飞行或伴飞的相对几何构形及其保持问题

通常研究这类问题时, 总以一对双星 (一个作为中心卫星, 另一个作为伴星) 对应的力学系统作为研究背景, 文献 [8] 曾对此作过全面的介绍, 但对其力学机制并未作必要的阐述。本

文将从轨道力学角度对此问题 (特别是对星座中各卫星相距较近的编队飞行问题) 作进一步的分析。第 2 节是从整体结构角度对星座中各卫星轨道的摄动变化以及入轨误差影响等作了介绍, 但很多星座是为了完成某种探测任务, 星 - 星之间一般相距较近, 这要求它们之间有特定的相对几何构形, 而且在较长时间段内保持不变, 或变化保持在一定范围内。众所周知, 由于卫星质量相对较小, 除在特殊情况外, 考虑各卫星的轨道变化时, 它们之间的引力作用是完全可以忽略的。在卫星编队飞行或伴飞运动中, 尽管两星相距较近, 但仍需要保持一定的距离, 除非是交会对接, 那属于另一类问题。因此在编队飞行中, 各卫星运动对应的轨道力学问题, 实为单星运动状态, 两星之间没有任何的动力学联系, 这是考虑星座卫星编队飞行共同遵循的一个前提。在此前提下, 星 - 星之间的特殊几何构形是如何形成的, 第 2 节的内容不足以解释该问题, 本节将进一步对此问题进行阐述。

### 3.1 卫星编队或伴飞运动的基本方程

目前国内在卫星总体研究 (或轨道设计) 中, 对编队或伴飞问题, 都是采用相对运动的模式<sup>[8]</sup>。作为一对双星 (一颗为中心卫星, 一颗为伴星), 它们各自遵循绕地球运动的规律, 总体上可以保持一定的空间构形。当两星相距不大时, 为了研究它们之间在空间中的相对几何构形, 可将各自的绕地球运动转化为伴星相对中心卫星的运动。其坐标原点为中心卫星 (确切地说是中心卫星的质心),  $XY$  坐标面即中心卫星绕地球飞行的轨道平面,  $X$  轴方向即中心卫星的径向 (由地心指向中心卫星的方向)。在此卫星坐标系中, 经简单的坐标变换, 即可获得伴星相对中心卫星的运动方程:

$$\begin{cases} \ddot{X} - 2\dot{Y} = 3X, \\ \ddot{Y} + 2\dot{X} = 0, \\ \ddot{Z} + Z = 0. \end{cases} \quad (7)$$

注意, 这一卫星坐标系实为一旋转坐标系, 在给出该方程的过程中, 已假定中心卫星的轨道为圆形 (这与星座编队情况基本符合), 该圆运动角速度确定了旋转坐标系。不仅如此, 上述方程还是线性化的结果, 即丢掉了相对坐标量  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  (相对卫星的地心距而言看作一阶小量) 的高阶小量, 此方程由 Clohessy W H 给出, 故被称为 C-W 方程。由于该方程的形式类似于月球运动理论中 Hill 问题<sup>[9~12]</sup>的基本方程 (即构造月球绕地球运动在太阳摄动下的中间轨道时采用的一种近似力学模型所得到的运动方程), 故也有人称它为 Hill 方程。

C-W 方程存在条件周期解, 此解即可表明两星之间的相对构形。由于两星之间没有任何的力学联系, 而结果是伴星绕着中心卫星作一种椭圆运动, 这很难让人理解。下面我们将从另一角度来阐述该问题, 以了解这种构形对应的力学机制。

### 3.2 卫星编队与伴飞运动的特殊构形

卫星编队飞行对应的力学系统, 在不考虑各种摄动因素的扰动下, 可以处理成一个特殊的三体系统, 即地球 - 中心卫星 - 伴飞卫星。在该系统中, 地球  $P$  和中心卫星  $P_1$  可以看成两个大天体 (质量各为  $E$  和  $m_1$ ), 而伴飞卫星  $P_2$  则可看成小天体 (质量记作  $m_2 \approx 0$ ), 这样就构成了轨道力学中的限制性三体问题。对于卫星编队, 由于各卫星基本上都是近圆轨道, 因此, 在研究伴飞卫星运动时, 可将该系统进一步处理成一个圆型限制性三体问题。再深一步考虑, 由于中心卫星的质量相对地球而言亦很小 ( $m_1 \ll E$ ), 它对伴飞卫星的引力作用也可忽

略。事实上最终的力学模型是一个特殊的限制性二体问题, 可以把它看作是限制性三体问题的退化情况。之所以这样处理, 是想将限制性三体问题的各种重要结果<sup>[12]</sup>很自然地引用到伴飞运动中<sup>[13]</sup>, 由此可从动力学角度了解伴飞过程中两颗卫星相对构形的力学机制。

### 3.2.1 圆型限制性三体问题到 5 个特解及其退化情况

这里采用会合坐标系。这是一种旋转坐标系, 坐标原点在地球与中心卫星的质心上(实际上中心卫星的质量可忽略, 质心就是地心),  $xy$  坐标面即中心卫星的轨道平面, 坐标系的旋转速度即中心卫星的圆运动角速度。按照习惯  $x$  轴是由中心卫星指向地球, 中心卫星“固定”在  $x$  轴上。进一步采用无量纲化形式, 即质量、长度和时间单位分别为

$$\begin{cases} [M] = E + m_1 = E & (\text{地球质量}), \\ [L] = R & (\text{中心卫星轨道半径}), \\ [T] = (R^3/GE)^{1/2}. \end{cases}$$

在此单位系统中, 引力常数  $G$  的值变为 1, 有  $GE = 1$ 。

在上述会合坐标系中, 小天体  $P_2$  (伴飞卫星) 的运动方程当  $m_1 = 0$  时退化为下列形式:

$$\begin{cases} \ddot{x} - 2\dot{y} = U_x = \left(x - \frac{x}{r^3}\right), \\ \ddot{y} + 2\dot{x} = U_y = \left(y - \frac{y}{r^3}\right), \\ \ddot{z} = U_z = -\frac{z}{r^3}. \end{cases} \quad (8)$$

此时质心  $C$  与地心  $P$  合二为一, 中心卫星  $P_1$  处于点  $(x = -1, y = 0, z = 0)$  上。

当  $m_1 \neq 0$  时, 相应的限制性三体问题存在 5 个特解(称为称动解), 即会合坐标系中  $xy$  平面上的 5 个不动点, 亦即平衡点。其中 3 个共线平衡点  $L_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) 分布在  $x$  轴上, 2 个三角形平衡点  $L_j$  ( $j = 4, 5$ ) 的具体位置见图 1。而当  $m_1 = 0$  时, 5 个平衡点退化为下列状况:

(1)  $L_1$  和  $L_2$  合二为一, 位置为  $x = -1, y = 0, z = 0$ ;

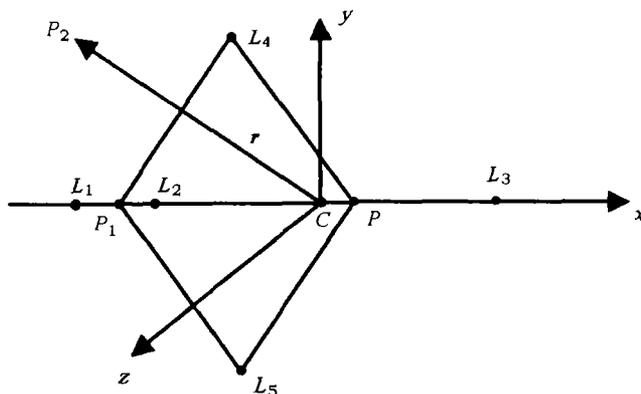


图 1 会合坐标系及 5 个平衡点

(2)  $L_3$  的位置为  $x = +1, y = 0, z = 0$ ;

(3)  $L_4$  与  $L_5$  的位置为  $x = -1/2, y = \pm\sqrt{3}/2, z = 0$ 。

事实上, 从方程 (8) 不难看出,  $U_x = 0, U_y = 0, U_z = 0$  对应  $z = 0, r = 1$ , 即在  $xy$  平面上, 以地球  $P$  为中心的单位圆 ( $r$  即中心卫星的圆轨道半径  $R$ ) 上的每个点都是平衡点, 这并不难理解。回到上述 5 个相应的平衡点, 略去证明, 结论是 5 个平衡点  $L_i$  和  $L_j$  均是不稳定点。关于  $L_4$  和  $L_5$  的性质 (原为稳定的) 发生变化这点也是不难理解的, 因为此时另一保持其平衡的力源  $P_1(m_1 = 0)$  已不存在。

### 3.2.2 卫星编队飞行中星-星相对构形的力学机制

为了与卫星坐标系相吻合, 我们仍旧关心 3 个与伴飞有关的共线平衡点。尽管它们是不稳定的, 但线性意义下, 其附近小领域内的运动仍然可以维持一种周期运动, 即条件周期运动。这一运动对应  $L_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) 位置上有一小扰动, 扰动坐标分量各记作  $\xi, \eta, \zeta$ , 扰动方程即为

$$\begin{cases} \ddot{\xi} - 2\dot{\eta} = U_{xx}\xi + U_{xy}\eta + U_{xz}\zeta + O(2), \\ \ddot{\eta} + 2\dot{\xi} = U_{yx}\xi + U_{yy}\eta + U_{yz}\zeta + O(2), \\ \ddot{\zeta} = U_{zx}\xi + U_{zy}\eta + U_{zz}\zeta + O(2). \end{cases} \quad (9)$$

其中  $O(2)$  表示高阶小量, 在  $L_i$  ( $x = \pm 1, y = 0, z = 0$ ) 处有  $U_{xx} = 3, U_{yy} = 0, U_{zz} = -1$ , 相应的  $L_i$  附近小领域内的运动方程线性化的结果是

$$\begin{cases} \ddot{\xi} - 2\dot{\eta} = 3\xi, \\ \ddot{\eta} + 2\dot{\xi} = 0, \\ \ddot{\zeta} + \zeta = 0. \end{cases} \quad (10)$$

此即伴飞中形如 (7) 式的 C-W 方程。因两卫星之间无引力作用, 中心卫星可以是虚拟的, 其是否存在无所谓, 只要旋转坐标系按相应虚拟卫星的圆轨道角速度旋转即可。若把上述平衡点放在单位圆上  $x = 0, y = \pm 1$  处, 相应的线性化形式为

$$\begin{cases} \ddot{\xi} - 2\dot{\eta} = 0, \\ \ddot{\eta} + 2\dot{\xi} = 3\eta, \\ \ddot{\zeta} + \zeta = 0. \end{cases} \quad (11)$$

此即文献 [8] 给出的伴飞相对运动方程的另一种形式, 它对应  $U_{xx} = 0, U_{yy} = 3, U_{zz} = -1$ 。但要注意, 上述两种形式对应卫星坐标系中两个不同方向, 通常采用形式 (10), 即 C-W 方程的常用形式, 式中  $\xi, \eta, \zeta$  即方程 (7) 中的  $X, Y, Z$ 。此情况实际上是将中心卫星移至  $x = 1$  处,  $x$  轴方向即卫星的径向, 这就与卫星坐标系中  $X$  轴方向一致了。

根据上述讨论可知, 尽管两卫星之间无任何动力学联系, 但是只要它们相距较近, 仍然可由限制性二体问题中平衡点附近的运动这一力学机制来理解它们之间相对构形形成的原因。无论是方程 (10) 还是 (11),  $\zeta$  分量均与问题分离, 它对应一谐振动, 即伴飞卫星相对  $xy$  平

面作上下小振动, 而对  $\xi$ 、 $\eta$  两分量, 相应的运动解为

$$\begin{cases} \xi = C_1 + C_2 t + C_3 \cos t + C_4 \sin t, \\ \dot{\xi} = C_2 - C_3 \sin t + C_4 \cos t, \\ \eta = \frac{3}{2} C_1 t - \frac{3}{4} C_2 t^2 - 2C_3 \sin t + 2C_4 \cos t, \\ \dot{\eta} = -\frac{3}{2} C_1 - \frac{3}{2} C_2 t - 2C_3 \cos t - 2C_4 \sin t. \end{cases} \quad (12)$$

可选择适当的初始条件, 使  $C_1 = 0$ ,  $C_2 = 0$ , 构成一个条件周期解。具体的初始条件为

$$t = t_0 : \xi_0, \eta_0, \dot{\xi}_0 = \eta_0/2, \dot{\eta}_0 = -2\xi_0, \zeta_0, \dot{\zeta}_0. \quad (13)$$

此时小扰动运动的解为如下“拟”周期解:

$$\begin{cases} \xi = \xi_0 \cos t + (\eta_0/2) \sin t, \\ \eta = -2\xi_0 \sin t + \eta_0 \cos t, \\ \zeta = \zeta_0 \cos t + \dot{\zeta}_0 \sin t, \\ \dot{\xi} = -\xi_0 \sin t + (\eta_0/2) \cos t, \\ \dot{\eta} = -2\xi_0 \cos t - \eta_0 \sin t, \\ \dot{\zeta} = -\dot{\zeta}_0 \sin t + \zeta_0 \cos t. \end{cases} \quad (14)$$

它们在  $(x, y)$  平面和  $(y, z)$  平面上的构形均为一椭圆。

上述条件周期运动即是卫星编队飞行或伴飞的一种力学机制, 但两星之间的距离不能大, 否则方程 (9) 右端略去的高阶项  $O(2)$  很快就起作用, 伴飞的构形会遭破坏。文献 [8] 曾作过仿真计算, 在此情况下两卫星在  $xy$  平面上 ( $x$ 、 $y$  两个方向各为径向和横向) 的相对构形仍为椭圆, 见文献 [8] 中的图 2 和图 3。

仿真计算结果完全符合上述理论分析, 如果按条件 (13), 由位置扰动 (实际飞行中两卫星位置的差别) 大小  $\xi_0$ 、 $\eta_0$  来决策速度的校正给出相应的  $\dot{\xi}_0$ 、 $\dot{\eta}_0$ , 即可保持相对构形, 使之在 3 个坐标面上均为椭圆。这都是从中心卫星上来看的结果, 即伴星相对中心卫星的构形; 如果不按条件 (13) 进行轨控, 卫星间的相对构形则无法保持。这是不稳定平衡点的动力学机制所制约的。

### 3.3 轨道摄动变化对卫星编队飞行相对构形的影响

上述讨论是在无摄情况下进行的。事实上, 由于各种摄动因素的存在, 卫星轨道变化导致的位置偏离远大于上述初值偏离量, 那么是否有可能选择适当的轨道配置 (由轨道设计提供), 使两星轨道变化的差别尽量接近, 从而保持特殊的几何构形? 另一个问题是, 对于这种真实的受摄运动, 前面给出的初值控制条件 (13) 是否仍旧有助于两星空间构形的保持? 这些都是卫星编队飞行中保持星-星之间特殊构形的重要问题。

关于摄动的影响, 第 2 节已针对卫星星座的空间整体几何结构作了必要的阐述, 下面则着重就星-星之间在相距较近的情况下摄动如何影响星间特殊构形展开讨论。

#### 3.3.1 卫星轨道摄动变化的基本规律

在各种摄动因素的影响下, 卫星轨道有 3 种不同性质的变化, 即随时间增长的长期项和振幅一定的长、短周期项。周期项最大振幅的量级是  $10^{-3}$ , 但对于两星相接近的轨道配置, 相互之间的周期变化就很接近, 故对卫星编队飞行和伴飞运动而言, 主要考虑各自轨道的长期变化, 而长期变化项只依赖于 3 个根数  $a$ 、 $e$ 、 $i$ , 只要两星的轨道配置使两星的这 3 个根数接近, 那么两颗卫星的轨道变化量之差就会很小 (参见公式 (1) 和 (2)), 这种轨道变化量之差相对两星位置差实为高阶小量, 与 C-W 方程线性化过程中丢掉的高阶项相当。

### 3.3.2 如何选择适当的轨道根数以保持两星伴飞的空间构形

事实上, 卫星编队飞行或伴飞的空间构形 (确切地说是相对构形) 主要取决于两星各自对应的限制性二体问题, 即 3.2 节所阐述的伴星相对中心卫星的运动, 这在一定条件下 (即相对运动方程经线性化后对初始速度作一定的“校正”) 对应一种周期运动, 即条件周期运动。而在两星轨道根数适当的情况下, 各种摄动影响导致两星轨道变化的差别, 与相对运动方程线性化过程中丢掉的高阶项相当。因此, 与无摄情况类似, 它们的相对构形同样是可以保持的。

对于编队或伴飞情况, 两星之间的距离不会很大, 这是关键。这样两星的轨道根数不可能有太大的差别, 特别是  $a$ 、 $e$ 、 $i$  3 个根数, 对于近圆轨道而言,  $\Omega$  与沿迹量 ( $M + \omega$ ) 的差别也不可能很大。因此, 这就决定了两星的轨道是相近的, 只要选择轨道半长径  $a$  基本相同的近圆 (即两者  $e$  亦接近) 轨道即可,  $i$ 、 $\Omega$  的差别将由两星的距离来制约, 显然亦是较小的。

当然, 仅仅作上述选择是不够的, 还必须按 3.2 节给出的构形条件 (13) 作轨道校正 (实际飞行中的轨控措施), 这样才能保持两星在空间的相对构形。

我们也曾对高、中、低轨 3 种类型的伴飞情况作过仿真计算。结果表明, 考虑各种摄动影响, 只要按照构形条件 (13) 进行轨控, 两星之间的相对几何构形仍受前面所阐明的平衡点附近条件周期运动的制约, 在较长的时间段内保持不变。至于具体的定量结果 (包括构形变化的范围、保持的时间长度等), 则与卫星的初始位置差等各种条件有关, 但其基本规律确实受构形条件 (13) 所制约。

## 4 卫星星座的测控方式和相应天地基网联合定轨问题

卫星星座中的卫星数目往往较多, 完全依赖地面测控系统对全部卫星进行测轨显然不是好方法。地面测控网可以对星座中的一颗 (例如中心卫星) 或几颗卫星进行测量采样, 然后由这几颗卫星 (不妨称为测量星) 对星座中其它卫星 (不妨称为用户星) 进行星-星之间的跟踪测量是一个很好的解决办法。这种测控方式常用于卫星导航、中继卫星的利用等领域。对于这种相应的测控系统, 测量星在某种意义上说就是一个空间观测站, 整个测控系统就是一个天地基测控网。在这种测控方式下, 相应的卫星星座涉及的卫星精密定轨将有 3 种类型, 下面将以一颗测量星和一颗用户星组成的卫星系统为例分别进行介绍。

### 4.1 导航式定轨

这种定轨方式与地面站对卫星的定轨无实质性差别。测量星的轨道由地面测控系统对它进行精密定轨, 以提供满足一定精度的轨道, 再由测量星对用户星进行跟踪测量, 在测量星坐标已知的情况下, 利用这种星间相对测量资料最终对用户星进行定轨。在此定轨系统中, 测量

星(相当于导航星)实际上就是一个坐标已知的空间观测站。因此,这种定轨类型显然与地面站对卫星的定轨是同一类型,无需再作进一步的阐述。

#### 4.2 天地基网联合定轨

在上述定轨方法中,测量星与地面观测站仍有差别。一般而言,地面站的站坐标系是确定的,且可以达到相当高的精度,其站坐标误差也不会随时间简单地增长。而测量星的轨道总是存在误差的,且随时间的增长而增大,如果在定轨中将其位置完全作为已知量(相当于地面站坐标),那么测量星的轨道误差不仅会不断增大而且还会传播给用户星,这必然会影响用户星的定轨精度。要解决这一问题,必须控制测量星的位置误差。最好的方法是同时利用地面站对测量星的测量资料和星间跟踪资料,将测量星与用户星一起同时进行定轨,此即天地基网联合定轨。它利用了星间相对测量资料,从而在一定程度上控制了测量星轨道误差的传播,定轨效果在一定条件下也优于第一种定轨方法。这种定轨原理与地面站对卫星定轨虽无实质性差别,但对星间跟踪测量精度有相应的要求,其相对精度应不低于地面测控站对测量星测量的相对精度。

#### 4.3 星-星相对测量的自主定轨

如果测量星失去地面站的某种支持,仅靠星间相对测量是否可以自主定轨,这是目前的一个热点问题。关于自主有两种不同的含义,一是指星上自主定轨,完全不依赖地面测控站,而另一种仅指在缺乏地面站对测量星的测量资料情况下,仍由地面站完成对用户星的定轨。尽管这两种含义对应的定轨方式不同,但其定轨原理是相同的。不过要说明一点,这里所说的失去地面站的支持,是指失去“支持”的时间段离测量星上一次定轨历元较长,其轨道已不可靠,否则就归结为第一种定轨方式。

这种仅靠星间相对测量的自主定轨是否可以实现?存在什么问题?是人们所关心的。如果星间相对测量是测角(地平坐标或赤道坐标)方式,那么必然已将测量星与坐标系相联了,此为可观测的,即可以完成定轨。如果星间测量是测距或测速等非方向类测量方式,那么此为不可观测的,即无法对用户星进行定轨,两星轨道将会产生整体“漂移”,不能确定。此即定轨过程中的亏秩问题。文献[14]已给出理论证明,定轨的基本方程(条件方程)

$$y = Bx + V \quad (15)$$

中的  $B$  矩阵是亏秩的,这里  $y$  是残差,  $V$  是测量随机差,  $x$  是待估状态量(包括待估轨道量和待估参数)的改正值。 $B$  矩阵中关于升交点精度  $\Omega$  的两列元素符号完全相反,而绝对值相等,使法化矩阵  $B^T B$  的行列式满足  $|B^T B| = 0$ , 方程(15)的法方程无解,因此无法定轨。若有地面站对测量星的跟踪资料(即使也是测距或测速资料亦无妨)同时参与两颗星的定轨,则不会出现  $B$  矩阵的亏秩问题,此时通过地面测站已将测量星与坐标系相联了,不会导致轨道“漂移”。

关于上述自主定轨的亏秩问题,早在1988年,文献[15]就提出了用一种有偏估计的方法来解决,但效果不太理想。文献[16]曾用此方法作过仿真计算,同时又提出了另一种解决措施,即根据卫星轨道外推中轨道面(涉及  $i$  和  $\Omega$ )精度较高的特点,采用固定  $\Omega$  的方法(同时固定  $i$  和  $\Omega$  更好)进行自主定轨,这样亏秩问题不复存在,但定轨精度在一定程度上受  $(i, \Omega)$  外推精度的制约。自主定轨的这一问题的,不仅在卫星编队飞行中会遇到,而且在卫星导航、各

种星—星跟踪中均会遇到, 是一个“热点”问题。

### 参 考 文 献

- 1 Ralph E. Thesis, Ohio: Air University, 2001: 1~9
- 2 Shaw G B et al. Journal of Spacecraft and Rockets, 2000, 37: 801
- 3 杨嘉焯, 范剑锋, 余明生等. 航天器轨道动力学和控制, 北京: 宇航出版社, 1995: 310~323
- 4 Kozai Y. AJ, 1959, 64(9): 367
- 5 Brouwer D. AJ, 1959, 64(9): 378
- 6 刘林. 人造地球卫星轨道力学, 北京: 高等教育出版社, 1992: 104~190
- 7 胡松杰, 陈力, 刘林. 天文学报, 2003, 44(1): 46
- 8 林来兴. 见: 国家高技术航天领域专家委员会编. 微小卫星编队飞行及应用论文集, 北京: 国家高技术航天领域专家委员会微小卫星技术组, 2000: 1
- 9 Hill G W. American Journal of Mathematics, 1978, 1: 5
- 10 Brown E W. Introductory Treatise on Lunar Theory, Cambridge: Cambridge University Press, 1896
- 11 Д у б о ш и н Г Н. Не б е с н а я М е х а н и к а, М о с к в а: И З Д А Т Е Л Ъ С Т В О Н А У К А, 1964: 297~336
- 12 Szebehly V. Theory of Orbit, New York and London: Academic Press, 1967: 602~629
- 13 王歆, 刘林, 张轲. 飞行器测控学报, 2001, 20(4): 7
- 14 刘林, 刘迎春. 飞行器测控学报, 2000, 19(3): 13
- 15 Cicci D A, Tapley B D. Celest. Mech., 1988, 44(4): 339
- 16 Liu Yingchun, Liu Lin. CJAA, 2001, 37(5): 599

## On Satellite Constellation and Formation

Hu Songjie<sup>1,2</sup> Wang Xin<sup>1</sup> Liu Lin<sup>1</sup>

(1. Department of Astronomy, Nanjing University, Nanjing 210093)

(2. Beijing Aerospace Command and Control Center, Beijing 100094)

### Abstract

With the development of satellite application, satellite constellation system with more than one satellite becomes popular. It brings about a new branch in orbital dynamics. In this paper, we discussed mainly on the evolution of the constellation and the maintenance of its geometrical structure together with the combined orbit determination by using both satellite-to-satellite and ground-based observations. All these are important to the orbital dynamics in this new branch.

**Key words** celestial mechanics—constellation and formation flight—review—dynamical mechanism—combined orbit determination