

脉冲星磁场的演化

孙晓辉 韩金林

(北京大学天文系 北京 100871)

(中国科学院国家天文台 北京 100012)

(中国科学院 - 北京大学联合北京天体物理中心 北京 100871)

摘 要

综述了前人对于单个脉冲星磁场的起源和演化的研究结果及其最新进展。脉冲星磁场的起源有多种模型,其所对应的初始磁场有两种位形:磁场束缚在核内和磁场束缚在壳层中。脉冲星的磁场如何演化,没有一致的结论。有各种观测证据可能直接或间接表明磁场的演化行为,如根据特征年龄和运动学年龄的差异可以推断出脉冲星磁场按指数规律衰减,而根据特征年龄与超新星遗迹年龄的差异或几颗年轻脉冲星的制动指数可以认为年轻脉冲星的磁场可能是增强的。脉冲星的样本合成研究(数值模拟)是研究脉冲星磁场演化的重要方法。模拟结果表明,假定脉冲星磁场按指数衰减,特征衰减时标必须为 10^7 yr 或更长。而壳层中磁场的欧姆耗散模型数值计算显示脉冲星磁场演化行为因冷却模型和状态方程的取法不同而异,但最终无明显的衰减。由自转变慢诱导的脉冲星核内部磁场向壳层中扩散模型的计算表明脉冲星磁场的衰减只发生在 $10^7 \sim 10^8$ yr 这段时间内,磁场衰减 1~2 个量级。

关键词 脉冲星 — 磁场 — 统计 — 衰减

分类号 P145.6

1 引 言

脉冲星的磁场是建立脉冲星各种辐射模型的基础,也是研究脉冲星内部结构的探针。一般认为脉冲星是高速自转的中子星,其辐射能量源于自转能。假定辐射能完全以磁偶极辐射的形式发出,脉冲星磁场的数值可由公式 $B = 3.2 \times 10^{15} (P\dot{P})^{1/2}$ 估算^[1],单位为特斯拉(T); P 、 \dot{P} 分别为脉冲星的自转周期和周期变化率,单位分别是 s 和 s/s。一般脉冲星磁场约为 $10^7 \sim 10^8$ T,毫秒脉冲星的磁场约为 10^4 T,如此高的磁场在宇宙中是极为罕见的。毫秒脉冲星和普通脉冲星磁场的演化截然不同。下文中提及的脉冲星如未指明,均指普通脉冲星。脉

脉冲星被发现后, 对其磁场的研究一直有争议, 争论的焦点是脉冲星磁场的起源和演化机制。

脉冲星磁场的起源机制有很多的争论^[2~4]。总的说来有如下几种: (1) 化石场 (fossil field) 模型。在星体的演化过程中磁通量守恒, 即 $B \cdot R^2 = \text{const}$, 式中 B 和 R 分别为该星体的磁场和半径。当脉冲星的前身星坍缩为脉冲星时, 半径变小, 而磁场会被放大。脉冲星由超新星爆发形成, 但目前不能认定在此过程中磁通量守恒。(2) 发电机 (dynamo) 模型。脉冲星诞生之初有一个种子磁场, 并且磁场被冻结在等离子体上, 等离子体的运动造成磁力线的拉伸、缠绕、重联等不稳定性, 从而引起发电机效应^[3], 使磁场放大。实际上, 磁场被束缚在流体上, 磁场放大的过程是流体动力学能量转化为磁场能的过程。在考虑了较差自转的动力学能量转化为磁场能的发电机效应后, 可以给出初始磁场的一个估计^[5]: $B_i \leq 10^8 P_i^{-1} \text{T}$, 式中 P_i 是脉冲星的初始自转周期, 单位为 s。对于初始周期很短的脉冲星就可以形成很强的磁场。(3) 热磁效应 (thermomagnetic effect)。脉冲星壳层初始磁场的扰动造成热电子流动, 从而形成温度扰动, 温度扰动形成热电势, 热电势的变化形成新的磁场扰动, 反馈到初始的磁场扰动上, 造成热磁不稳定性。若 $\Delta B/B > 0$ (ΔB 为磁场扰动), 就会将磁场放大^[6]。该模型可以给出磁场到壳层以下的最大穿透深度 Z_{max} 及磁场的饱和值 B_{max} ^[7]。在该模型中, 磁场被束缚在外壳层中, 磁场最初是按幂律增长: $B \propto t^\epsilon$, 时标大约是 $10^3 \sim 10^5 \text{yr}$, 当磁场增加到一定值时, 脉冲星开始发出射电辐射。不过该模型难以解释那些非常年轻的但具有强磁场的脉冲星^[4]。(4) 壳层底部磁场扩散 (submerged field) 模型。具有强磁场的脉冲星前身星被超新星爆发以后产生的回落物质覆盖, 使得脉冲星的壳层有很强的磁场, 而外部磁场较小。由于自转变慢, 导致内部磁场向外扩散, 使外部磁场增强, 直到内外壳层的磁场达到平衡^[8]。

各种不同的磁场起源模型与两种不同的初始磁场位形即磁场被束缚在核内 (如第 1、2 种模型) 和磁场被束缚在壳层中 (如第 3、4 种模型) 相关。由于核内和壳层中的电导率相差很大, 这两种不同位形的磁场会有不同的演化。

对于脉冲星磁场的演化没有一致的看法。脉冲星刚发现不久, Ostriker 等人就认为其磁场受到欧姆耗散的作用按指数衰减, 其衰减时标 $t_d = \frac{4\sigma R^2}{\pi c^2}$, 其中 σ 为电导率, R 为脉冲星半径, c 为光速。若取 σ 为壳层的电导率, 得出脉冲星磁场衰减时标为几百万年^[9,10]。考虑到脉冲星核内的电导率比壳层要高得多, 因此若磁场穿透到核内, 衰减应该减慢, Chanmugam 等人取 σ 为核内的电导率, 得出的衰减时标超过 Hubble 时间^[11,12]。Lyne 等人通过比较脉冲星运动年龄和特征年龄发现脉冲星磁场按指数衰减, 衰减时标为 $5 \times 10^6 \text{yr}$ (见下文)。另外统计工作分别得到脉冲星磁场的衰减时标为 10^7yr 左右^[13~15]、 10^8yr 或者磁场无明显的衰减^[16~19]。Sang 和 Chanmugam 对欧姆耗散方程数值求解, 发现脉冲星磁场并非按指数衰减, 而是衰减得非常缓慢^[20]。总的来说脉冲星磁场演化有磁场保持不变、磁场衰减、磁场先增加后衰减 3 种说法。对于磁场衰减又有很多不同的模型, 可以分为壳层中的欧姆耗散和核内磁场向外扩散两类。

2 与脉冲星磁场演化直接相关的参数

脉冲星的表征量如年龄、制动指数等都与其磁场演化有很密切的关系。它们可以直接或

间接被观测到, 又可以在假定磁场的演化形式下导出, 因而通过这些量的观测, 可以推断出脉冲星磁场的演化形式。

2.1 特征年龄和真实年龄

一般用特征年龄 τ (其定义为: $\tau = P/2\dot{P}$, P 和 \dot{P} 分别为自转周期及其变化率) 来表示脉冲星的年龄, 但这只是一个近似。这里假定了脉冲星的辐射为磁偶极辐射, 脉冲星的初始周期很短, 远远小于现在的周期。如果脉冲星的磁场按指数衰减, 其特征衰减时标为 t_d , 这时脉冲星的真实年龄 t 和特征年龄 τ 的关系为

$$t = \frac{t_d}{2} \ln \left(1 + 2 \frac{\tau}{t_d} \right).$$

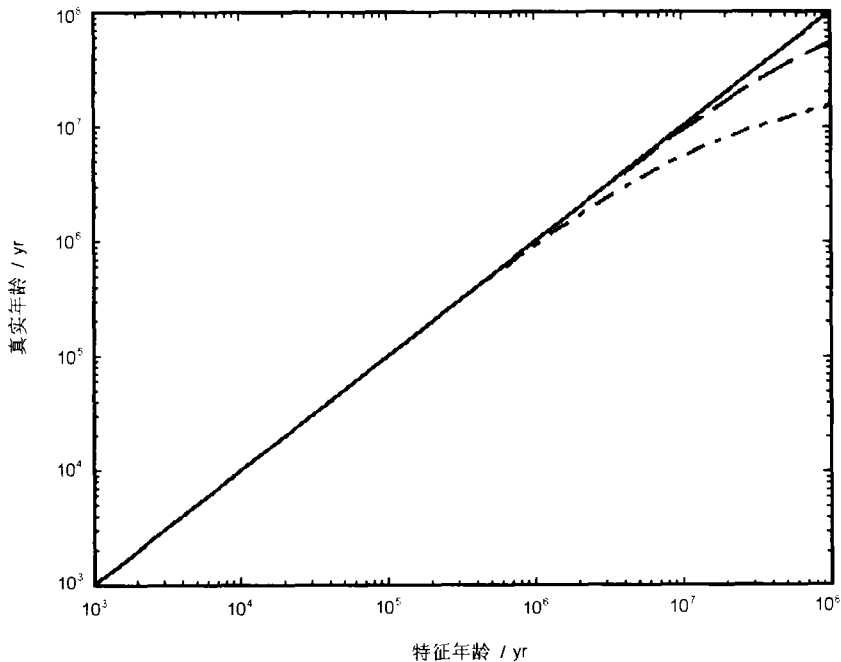


图 1 真实年龄 - 特征年龄关系图

其中实线表示真实年龄与特征年龄相等; 点划线和虚线分别表示磁场按指数衰减的特征时标为 10^7 yr 和 10^8 yr 时真实年龄和特征年龄的关系

如图 1 所示, 如果脉冲星磁场按指数衰减, 其特征年龄应高于真实年龄。如能定出真实年龄, 把它与特征年龄相比较, 就可以得出脉冲星磁场演化的信息。

脉冲星的运动年龄是指脉冲星从银道面运动到现在位置所需要的时间。如果脉冲星都诞生在银道面上, 可以认为运动年龄与脉冲星的真实年龄相当。Lyne 等人利用他们所测得的 26 颗脉冲星的自行结果, 得出它们的运动年龄, 并与它们的特征年龄作比较, 发现特征年龄要比运动年龄大, 与图 1 中所给的点划线基本吻合, 他们认为这是磁场按指数衰减所致^[21,22]。这在很长一段时期内被人们接受。但是要确定脉冲星垂直于银道面的速度很困难, 而且由于脉

脉冲星受到银河系复杂引力势的加速作用, 要确定它的运动时间也比较困难; 另一方面, 脉冲星诞生时的确切位置也就是其前身星的位置也不能确定, 它对银道面可能有偏离, 这些都导致脉冲星运动年龄与真实年龄有显著偏差。Lorimer 等人认为很多脉冲星在 z 方向上的速度相对于其总的空间速度来说小得多, 因而它们的运动年龄偏小, 这使得特征年龄和运动年龄的差异不能成为磁场衰减的有力证据 [23]。

一般认为脉冲星是 II 型超新星爆发的产物, 现在已经发现很多脉冲星与超新星遗迹成协, 如果能定出超新星遗迹的年龄, 可以把它视为脉冲星的真实年龄。利用 ROSAT 的 X 射线观测资料, 发现从与 vela 脉冲星成协的超新星遗迹中心运动到目前位置的时间为 (18000 ± 9000) yr 或者 (31000 ± 6000) yr, 而 vela 脉冲星的特征年龄为 11000 yr, 比它的真实年龄小。Chanmugam 等人认为 vela 脉冲星的磁场是增加的 [24], 他们利用 Muslimov 和 Page 的初始磁场模型 [8], 运用欧姆扩散方程进行了计算, 结果与观测符合得较好。这说明年轻脉冲星 (或者在脉冲星演化的最初阶段), 磁场是增加的, 时标为 $10^3 \sim 10^5$ yr, 但是应该注意这个时标相对于脉冲星的磁场演化时标而言是很短的。Marsden 等人认为脉冲星自转减慢的原因不仅是磁偶极辐射, 超新星爆发的残余物质回落形成的盘也可以使自转变慢, 同样可以用来解释真实年龄和特征年龄的差异 [25]。

对于这两种年龄的差别, 磁场衰减并不是唯一的解释。上述几种确定脉冲星年龄的方法都有很大的不确定性。脉冲星极冠区喷出的粒子流比磁偶极辐射可能更有效地带走角动量 [26], 自转轴和磁轴夹角的变化 [27,28] 与磁场衰减一样也可以造成磁矩的减小。所有这些都会影响求取特征年龄的假设条件。

2.2 制动指数

制动指数的定义为: $n = \frac{\Omega \ddot{\Omega}}{\dot{\Omega}^2} = \frac{\nu \ddot{\nu}}{\dot{\nu}^2}$, 式中 Ω 为脉冲星自转角速度, ν 为自转频率。通过直接观测 $\dot{\nu}$ 和 $\ddot{\nu}$ 可以定出它的大小。假定脉冲星的辐射为磁偶极辐射, n 可以写成 $n = 3 - 4\tau \dot{B}/B$ 。如果磁场衰减, $\dot{B} < 0$, 则 $n > 3$; 如果磁场不变, $\dot{B} = 0$, 则 $n = 3$; 如果磁场增强, $\dot{B} > 0$, 则 $n < 3$ 。可以通过确定脉冲星的制动指数来获得磁场演化的信息。

表 1 具有较准确制动指数的 4 颗脉冲星的参数

| 脉冲星 | 周期 /ms | 特征年龄 /yr | 制动指数 | 参考文献 |
|----------|--------|----------|----------|------|
| B0531+21 | 33 | 1240 | 2.509(1) | 29 |
| B0833-45 | 89 | 11000 | 1.4(2) | 30 |
| B1509-58 | 150 | 1560 | 2.837(1) | 31 |
| B0540-69 | 50.3 | 1670 | 2.04(2) | 32 |

注: 括号内数字为最末位的误差

现在可以比较准确地测出制动指数的脉冲星只有 4 颗, 其参数如表 1 所示。这 4 颗脉冲星都是年轻的脉冲星, 其制动指数均小于 3, 可能是磁场增强所致。按照 Muslimov 和 Page 的模型, 假定表面磁场演化满足 $B \propto t^\epsilon$, $\epsilon \approx \frac{1}{4} \frac{(3-n)}{(n-3+K)}$, $K = 3 - n + \frac{t}{\tau}$ (t 为真实年龄, τ 为特征年龄), 对于 crab 脉冲星 (PSR B0531+21) 和 PSR B0540-69, 代入特征年龄和真实年龄 (超新星遗迹的年龄) 的值, 可以得到 ϵ 分别为 0.18 和 0.27 [8]。

Johnston 和 Galloway 给出了 20 个脉冲星的制动指数, 其中有 13 个脉冲星的制动指数大

于 3，但它们不是通过直接测量周期的二阶导数得出的^[33]。Chanmugam 和 Sang 用磁场欧姆耗散方程进行计算，发现制动指数是随时间而变化的^[34]。

由于制动指数的测量非常困难，且其受时间噪声和周期跳变 (Glitch) 的影响很大^[8]，因而根据制动指数也不能得出关于磁场是否衰减的判定性结论。

2.3 磁场 - 特征年龄图

现有脉冲星的磁场和年龄 (特征年龄) 关系图 ($B-t$ 图)，如图 2 所示。从图上似乎可以直观地看出磁场是随时间衰减的，但是脉冲星的磁场和特征年龄都由周期和周期变化率间接导出，脉冲星周期的取值范围从几到几千 ms，只跨 2~3 个量级，周期变化率的取值范围为 $10^{-20} \sim 10^{-12} \text{s/s}$ ，则跨 8~9 个量级，这一量级上的差异，会在 $B-t$ 图上产生一种类似衰减的效应^[35]。由于脉冲星的磁场和年龄都是在磁偶极辐射模型的假定下导出的量，因而不能根据这两个量之间的关系来检查磁场如何衰减。

脉冲星周期 - 周期变化率关系图，以及高度 - 特征年龄关系图可以对磁场的演化形式以及演化的特征时标进行限制^[23]。Han 通过周期 - 周期变化率图的分析认为脉冲星磁场更有可能按幂律衰减^[36]。

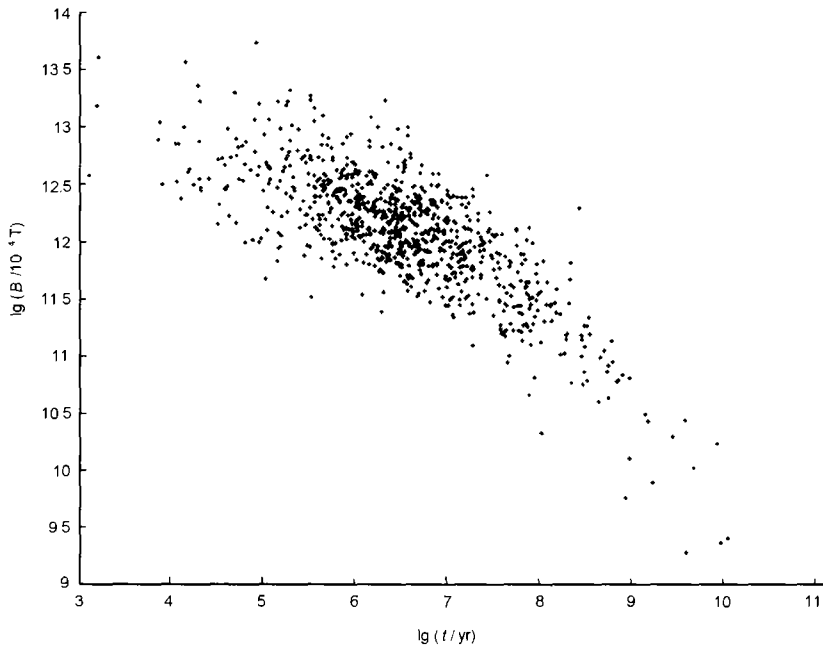


图 2 脉冲星磁场 - 特征年龄关系

3 研究脉冲星磁场演化的样本合成方法

统计方法是研究脉冲星磁场演化行为的有力手段，主要有两种方法：脉冲星流分析 (pulsar current analysis) 和样本合成研究 (population synthesis)。两种方法各有优缺点：脉冲星流分

析不依赖于具体的模型, 但容易引入较大的误差; 脉冲星样本合成研究是非常有效的方法, 但是最终结果不唯一。Gunn 和 Ostriker 最先采用脉冲星样本合成的方法^[13], 发现脉冲星磁场是按照指数规律衰减, 其衰减特征时标为 10^6 yr , 然而他们当时采用的数据较少, 其结果不太可靠。此后很多人相继做了大量工作, 结果发现, 很长的磁场衰减时标 (如 10^8 yr) 甚至没有衰减更有利于与观测数据拟合^[16~19,37,38]。Narayan 的统计结果则表明脉冲星磁场按幂律衰减^[37]。

脉冲星的样本合成研究是人为合成一个脉冲星样本并与观测样本作比较。可采用 Monte-Carlo 方法根据诞生率给出符合一定周期、磁场、速度、高度、年龄分布的脉冲星样本, 按给定磁场的演化形式和加速度就可以算出脉冲星现在的周期、磁场、速度、高度和年龄。最后再考虑选择效应, 去掉那些不能被观测到的脉冲星, 将得到的样本同观测资料比较, 以拟合参数的值。

3.1 初始样本

利用 Monte-Carlo 方法生成满足一定分布的脉冲星样本, 要预先给出脉冲星各参量 (其中包含待定参量) 的分布形式, 通常如下:

(1) 年龄的分布。如假定脉冲星年龄满足在 $[0 \sim nt_d]$ 之间的均匀分布^[16], 其中 n 可取 3 或 5; t_d 为磁场衰减的特征时标, 是待定参数。

(2) 诞生率。在一般统计中都作了简化, 认为诞生率与空间和时间均无关, 是待定参数。

(3) 初始磁场 (B_i) 的分布。如假定初始磁场满足对数高斯分布, 平均值和弥散是待定参数。

(4) 初始周期 (P_i) 的分布。Bhattacharya 等人把初始周期固定为 100 ms , 他们认为周期演化到 100 ms 所需要的时间, 与脉冲星的年龄相比小得多, 因而可以忽略^[16]。Gunn 和 Ostriker 假定初始周期也满足对数高斯分布^[13], 其中平均值和弥散是待定参量。

(5) 在银道面上的分布 (R_i)。如弥散为 4.8 kpc 的正态分布^[39] 或高斯分布, 其平均值和弥散为待定参量。

(6) 初始高度 (z_i) 的分布。脉冲星的初始位置距银道面的高度可以写成一个指数分布, 其中标高取为脉冲星前身星距离银道面的标高, 约为 0.06 kpc 。

(7) 初始速度的分布。超新星非对称爆发可以使脉冲星获得很大的初始速度, Lorimer 等人认为脉冲星初始速度的平均值在 $500 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ 以上^[23], 他们把速度分布取为 $0 \sim 1000 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ 之间的均匀分布, 或者取为高斯分布, 其平均速度和速度弥散分别取为 $500 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ 和 $250 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ 。Hansen 等人认为初始速度应满足 Maxwell 速度分布^[40], 其中速度弥散为待定参量。

Arzoumanian 等人认为速度分布可以用两个高斯成分表示^[41], 比例为 $2:5$, 速度弥散分别为 $90 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ 和 $500 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ 。Paczynski 给出的分布为^[42]:
$$p(u)du = \frac{4}{\pi} \frac{1}{(1+u^2)^2} du,$$

其中 $u = v/\sigma_v$, σ_v 为待定参数, v 为速度。也可以直接给出垂直银道面方向的一维速度分布如正态分布等。以前一直认为脉冲星磁场和其空间速度之间有很强的相关性, 但是 Lorimer 等人在分析了更多数据以后发现这种相关性根本不存在, 可以不考虑^[23]。

上述初始分布有很多待定参数, 这些参数是需要最后确定的, 任给一组参数的值都可以用 Monte-Carlo 方法产生足够数目的脉冲星样本。

3.2 演化后的样本

给定脉冲星磁场的演化及银河系引力势形式后, 可以求出 3.1 节中的样本演化到现在的情形, 即求出各颗脉冲星的各个参量的值或其分布。

(1) 磁场和周期。磁场和周期通过磁偶极辐射模型联系在一起, $P\dot{P} = \alpha_s B^2$, $\alpha_s = 9.8 \times 10^{-32} \text{s} \cdot \text{T}^{-2}$ 。现在的周期可以写成: $P_t^2 = P_i^2 + 2\alpha_s \int_0^t B(t')^2 dt'$, 其中 t 为脉冲星的年龄。给定了磁场的演化形式 $B(t)$ 以后, 周期可以通过相应积分求出。对于磁场无衰减的情形, $B_t = B_i$, $P_t^2 = P_i^2 + 2\alpha_s B_i^2 t$; 对于磁场按指数衰减的情形: $B_t = B_i \exp(-t/t_d)$, $P_t^2 = P_i^2 + 2\alpha_s B_i^2 t_d (1 - \exp(-2t/t_d))$; 对于磁场按幂律衰减的情形, $B_t = B_i \left(1 + \frac{t}{t_d}\right)^{-1}$, $P_t^2 = P_i^2 + 2\alpha_s B_i^2 t_d \frac{t}{t + t_d}$ 。

(2) 高度和速度。要定出高度和速度, 需要知道银河系的引力加速度^[16,18,38,43], 再解运动学方程。将初始高度、速度、加速度以及初始位置距银心的投影距离代入运动学方程可以求出现在的高度、速度和现在位置距银心的投影距离 R 。脉冲星到银心的距离 d 也可相应得出: $d = \sqrt{z^2 + R^2}$, 其中各量均为现在的值。

(3) 光度和流量。频率为 400MHz 的平均光度和磁场、自转周期及周期变化率之间有统计上的关系^[19,37,38], 根据磁场和周期的值用 Monte-Carlo 方法可以求出光度 L ; 根据 $S = \frac{L}{4\pi d^2}$, 可以求出流量。

3.3 选择效应

为了使样本更接近于实际情况, 并且与观测资料作对比, 需要去掉那些在实际观测中不能被观测到的脉冲星, 这就要考虑选择效应。经常要考虑的选择效应有下面列出的几种:

(1) 死亡线。在周期 - 周期变化率关系图上, 由 $\frac{B}{P^2} = 0.17 \times 10^8 \text{T} \cdot \text{s}^{-2}$ 所定义的线称为死亡线, 一颗脉冲星只有位于死亡线以上时, 才会有射电辐射。当它位于死亡线以下时没有射电辐射, 因而不能被观测到^[44]。

(2) 取向效应。脉冲星只在它的极冠区的一小块锥形区域内有辐射, 只有辐射束扫过观测者时, 脉冲星才可能被观测到。用束因子 f_b 来表示扫过观测者的概率^[19,45]。对于周期很短的脉冲星一般认为 $f_b \approx 1$, 对于 $P \geq 0.1 \text{s}$ 的脉冲星^[37], $f_b \propto P^{-1/2}$ 。

(3) 望远镜的灵敏度。每次巡天观测都有一个最小可检测流量 S_{\min} , 低于 S_{\min} 的信号不能被观测到或者会被淹没在噪声中。 $S_{\min} = S_0 \left(\frac{T_r + T_{\text{sky}}}{T_0}\right) \left[\frac{PW}{W_e(P-W)}\right]^{1/2}$, T_r 是接收机的噪声温度, T_{sky} 是视线方向的天空背景温度, S_0 和 T_0 是归一化常数。 P 是周期, W 是脉冲宽度, W_e 是未展宽时的脉冲宽度。对 W 有 $W^2 = W_e^2 + \tau_{\text{sample}}^2 + \tau_{\text{scatt}}^2 + \tau_{DM}^2$, τ_{scatt} 是散射致宽, 与距离和电子扰动的性质有关; τ_{sample} 是由于有限的采样时间导致的致宽; τ_{DM} 与色散距离的测量有关: $\tau_{DM} = C_{DM} DM$, 其中 C_{DM} 是常数, DM 为色散距离。当脉冲星的流量比最小可检测流量小时, 该脉冲星不能被观测到。

3.4 K-S 检验或 χ^2 检验

根据 3.1 和 3.2 可以生成任意数目的脉冲星样本, 考虑选择效应, 去掉在实际中不能被观测到的脉冲星, 剩下的就是最后的脉冲星样本。把生成的样本与几次重要的巡天 (如 Jodrell Bank 巡天、U. Mass-Arecibo 巡天、Second Molonglo 巡天、U. Mass-NRAO 巡天) 得到的样本比较, 用 K-S 检验或 χ^2 检验来判断模拟样本的磁场分布、高度分布、周期分布与观测资料

的相应分布是否相同, 如不同则修改初始分布中的参数或者磁场演化的形式重新计算, 直到拟合最优, 此时可以得到初始分布中的待定参数值、磁场的演化形式和时标。

3.5 统计结果

很多人统计发现如果脉冲星磁场按指数规律衰减, 其衰减时标 $t_d \approx 10^6 \sim 10^7 \text{yr}$ 或更长。还有人发现脉冲星磁场若按幂律形式衰减仍与观测符合得很好。甚至有人假定脉冲星磁场是不演化的, 对其作统计分析, 所得的结果仍能与观测符合得很好。统计结果还可以给出脉冲星的初始周期为几十到几百 ms 不等。

脉冲星磁场演化的样本合成方法的最大缺点在于自由参数太多, 并且其中很多参数都跟具体的模型有关, 有很大的不确定性, 同时给出的磁场演化形式不单一。

除了通过数值模拟来进行样本合成研究之外, 还可以从理论上算出脉冲星周期、磁场、特征年龄的解析分布^[13,38,46], 同样可以与观测资料作对比, 不过这样的计算非常复杂, 并且要作很多假定。

4 脉冲星磁场演化的理论计算

4.1 磁场演化的欧姆耗散模型

由于脉冲星壳层具有有限的电导率, 磁场在壳层中要发生欧姆耗散, 其方程可以写成:

$$\frac{\partial B}{\partial t} = -\frac{c^2}{4\pi} \nabla \times \left(\frac{1}{\sigma} \nabla \times B \right),$$

其中电导率 $\sigma = \sigma(\rho, T)$ 是密度和温度的函数。考虑到对称性, 在球坐标下磁场的径向分量可以写成 $B_r = \frac{2g(x, t)}{r^2} \cos \theta$, 此时扩散方程可以写成一个二阶偏微分方程:

$$\frac{\partial^2 g(x, t)}{\partial x^2} - \frac{2}{x^2} g(x, t) = \frac{4\pi R^2 \sigma}{c^2} \frac{\partial g(x, t)}{\partial t},$$

式中 $x = r/R$, R 为脉冲星半径, r 为脉冲星上某一点到脉冲星中心的距离。考虑广义相对论效应, 上述方程需要修正^[47,48]。解出这个方程, 就可以得到脉冲星磁场的演化。

边界条件可以写为: 当 $x = 1$, 即在壳层外边界时, $\frac{\partial g(x, t)}{\partial x} + \frac{g(x, t)}{x} = 0$; 当 $x = x_0$ ($1 \geq x_0 \geq x_c$, $R(1 - x_c)$ 是壳层的厚度), 即在壳层中某一点, $g(x, t) = 0$, 也就是说磁场束缚在外壳层中^[20,49]。初始条件有很大的不确定性, 它主要跟脉冲星的结构有关, 壳层的厚度、密度需要由脉冲星的状态方程 (EOS) 给出。电导率也是一个很复杂的参量, 它依赖于脉冲星的温度和密度, 需要由脉冲星的状态方程和冷却模型给出。

4.1.1 状态方程

根据中子间相互作用及其处理方法的不同, 可把状态方程分为几类: (1) 考虑核子之间的非相对论表观势相互作用 (如 BJ 模型^[50]), 在此基础上考虑三体之间的相关性, 对表观势加以改进 (如 FP 模型^[51]), 在此基础上再做改进, 更好地处理相互作用中的长程引力, 引入 WFF 模型^[52]; (2) 张量相互作用模型。核子间通过交换矢量或标量介子相互作用 (如 PS 模型^[53]); (3) 相对论场论模型^[54]; (4) 相对论性的 Dirac-Brueckner-Hartee-Fock 模型^[55]

(如 ENG 模型^[56] 和其它模型: BPS 模型^[49]、手征 sigma 模型^[57])。状态方程的多样性是由于脉冲星内部的物质结构还不清楚造成的。通过这些状态方程可以确定脉冲星的质量、半径、密度、壳层的质量和厚度、质量密度分布等。如 Sang 和 Chanmugam 在求耗散方程的数值解时, 对状态方程采取了如下的处理方法^[20]: 当脉冲星密度小于 $5 \times 10^{14} \text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$ 时, 用 BPS 状态方程; 当密度更高时, 用超子状态方程, 得出脉冲星的质量为: $M = 1.25M_{\odot}$, 半径 $R = 8.14 \text{km}$, 壳层对应密度小于 $2 \times 10^{14} \text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$ 的区域, $r_c = 7.627 \text{km}$, 即 $x = x_c = 0.937$ 。不同的状态方程有不同的刚性, 由硬的状态方程得出的脉冲星核区的密度小, 壳层的厚度大, 反之由软的状态方程得出的脉冲星核区的密度大, 壳层厚度小。如 BPS 状态方程是比较软的方程, 而 PS 状态方程是比较硬的方程^[49,58,59]。

4.1.2 初始条件— $g(x, 0)$ 的分布

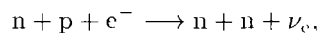
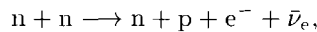
有了 4.1.1 节中脉冲星壳层的结构, $g(x, 0)$ 的分布可以用初始磁场深入壳层的深度以及壳层各处磁场的强度来描述。初始磁场只能分布在壳层中, 无法穿透到核区, 经常采用如下形式的分布: 当 $x \geq x_c$ 时, $g(x, 0) = 1$; 当 $0 \leq x \leq x_c$ 时, $g(x, 0) = 0$ 。若考虑脉冲星磁场最初是从核区被挤压到壳层的情形, 可以给出如下形式的初始条件: $g(x, 0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-(x'-x_c)^2/2x_w^2} dx'$, 其中 x_c 是壳层内边界, 初始磁场分布在壳层处的特征宽度 $x_w \approx 0.01$, 这主要是考虑磁场从内部被挤出, 因而在壳层的内边界, 磁场有一个过渡区^[49]。实际上方程的解只对磁场分布的深度敏感, 而对磁场强度分布的细节并不敏感, 初始磁场越靠近外壳层, 初始磁场分布区的密度越小, 脉冲星磁场衰减就越快^[59~61]。

4.1.3 脉冲星的冷却

刚诞生的脉冲星有很高的温度, 随着它的演化, 其内部的弱作用过程要产生大量的中微子, 而中微子具有很大的自由程, 很容易从脉冲星中逃出, 带走大量的能量, 使得脉冲星的温度降低, 这就是脉冲星的冷却。脉冲星的冷却可以用下面的能量守恒方程表示:

$$\frac{dE_{\text{th}}}{dt} = -L, \quad L = L_{\gamma} + L_{\nu} - H,$$

其中 E_{th} 为脉冲星的内能, L_{γ} 是脉冲星表面辐射的能量, L_{ν} 是中微子带走的能量, H 是脉冲星内部 (如摩擦等) 所产生的热。其中中微子带走的能量是主要的, 根据中微子产生机制的不同, 可以分为不同的冷却模型。(1) 标准冷却模型 (standard cooling), 即一般的 MURCA 过程, 可用下面两个反应描述,



此时中微子的发射系数可以写成 $\epsilon_{\nu} = (10^{13} \sim 10^{14}) T_9^8 \text{J} \cdot \text{cm}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}$, 式中 T_9 表示以 10^9K 为单位的温度。(2) 加速冷却模型 (accelerate cooling), 如质子比例增多时发生的 DMURCA 过程、 π 介子吸收、K 介子吸收、核内的夸克物质产生中微子的过程以及核内的超流过程等, 这些过程产生中微子的效率很高, 可以加速脉冲星的冷却, 此时中微子的发射系数可以写成 $\epsilon_{\nu} = 10^N T_9^6 \text{J} \cdot \text{cm}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}$, N 的取值范围大概在 17 到 20 之间^[62], 这些过程都与内部的密度即与脉冲星的状态方程有关, 密度越大, 产生中微子的过程越强, 在选用了比较软的状

态方程之后, 应该考虑用加速的冷却模型与之匹配^[59]。Van Riper 利用 BPS 的状态方程, 对冷却过程进行了详细的计算^[63]。Page 对各种因素进行了分析, 并且把两种模型作了对比^[62]。标准冷却模型认为脉冲星在 5×10^5 yr 内保持很高的温度, 而加速冷却模型认为脉冲星在最初的 10^3 yr 内, 温度迅速降低。到了 10^5 yr 后, 两种模型均冷却得非常缓慢, 没有明显的差别。脉冲星在冷却过程中会很快等温化, 所以把脉冲星各部分的温度看成相等是一个好的近似^[64]。

4.1.4 电导率 σ 的取值

电导率主要是由介质对电子的散射引起的。在脉冲星壳层底部的液体部分, 主要考虑离子对电子的散射; 而只有壳层中电导率的性质对磁场演化是重要的, 在固体壳层中主要考虑晶格声子以及混杂物质对电子的散射, 分别用 σ_{ph} 和 σ_{imp} 表示。这时 σ 可以写成 $\sigma = \left(\frac{1}{\sigma_{\text{ph}}} + \frac{1}{\sigma_{\text{imp}}} \right)^{-1}$ 。在较高的温度下, σ_{ph} 占主要地位, 当温度远大于 Debye 温度时, 有 $\sigma_{\text{ph}} \propto T^{-1}$; 当温度远低于 Debye 温度时, $\sigma_{\text{ph}} \propto T^{-2}$ 。在较低的温度下 σ_{imp} 很重要, $\sigma_{\text{imp}} \propto Q^{-1}$, Q 为混杂度: $Q = \frac{1}{n} \sum_{n'} n'(Z - Z')^2$, 其中 n' 和 Z' 分别是混杂物质的数密度和电荷数, n 和 Z 分别是背景晶格离子的数密度和电荷数, 求和遍及所有种类的混杂物质^[61]。

若考虑到脉冲星在不长的时标内会达到等温, 可以把壳层的温度取成核区的温度, 即可以写成下面的形式: $T = T_c = 1.288 \times 10^8 (T_{e6}/g_{14})^{0.455} \text{K}$, 式中 T_c 为核区温度, T_{e6} 为以 10^6K 为单位的表面温度, g_{14} 为引力加速度, 以 $10^{14} \text{cm} \cdot \text{s}^{-2}$ 为单位^[60]。Urpin 等人给出电导率的解析形式^[61]: $\sigma = qh^\alpha T^{-\beta}$, 式中 q 基本上为常数, h 为脉冲星上某一点到表面的距离, 如果 $T > T_D$, 取 $\alpha = 2, \beta = 1$; 如果 $T_{\text{imp}} < T < T_D$, 取 $\alpha = 7/2, \beta = 2$; 如果 $T < T_{\text{imp}}$, 取 $\alpha = 1, \beta = 0$, 其中 T_D 和 T_{imp} 是两个特征温度。Raikh 和 Iakovlev 针对是否有反转过程进行了讨论^[65]。

4.1.5 结果与讨论

很多人考虑了脉冲星不同的状态方程和冷却模型, 并且利用 Crank-Nicolson 方法对耗散方程进行数值求解, 得出脉冲星磁场的演化曲线^[20,47,49,59~61,66]。脉冲星磁场的演化行为与温度、电导率、状态方程和初始磁场分布密切相关。在标准冷却模型里, 温度降低得比较缓慢, 电导率逐渐变大, 并且不再依赖于温度而只与混杂度有关, 这使得在演化曲线中存在一个平台, 平台以后磁场基本按幂律衰减; 在加速冷却模型里, 温度很快降到很低, 电导率保持很大使得磁场几乎不衰减。图 3 给出了在标准冷却模型假定下的一个数值计算的结果, 从 a 到 b 由于温度降低, 电导率增大, 磁场衰减趋于平缓; 到了 b 段时, 温度已经很低, 此时由混杂物质对电子的散射产生的电导率占主要地位, 与温度无关, 相应于 b 段的平台; c 段为幂律衰减。初始磁场的分布越靠近核区, 磁场的衰减就会越慢, 因为磁场在演化的过程中更易扩散到核内, 而核内的电导率非常大, 不会使磁场衰减。

Urpin 等人给出一个解析解^[61]: $B(t) = B_0 \left[\int_{t_0}^t T^\beta(t') dt' / T^\beta(t_0) t_0 \right]^{-(\alpha+1)/(\alpha+2)}$, α 和 β 为

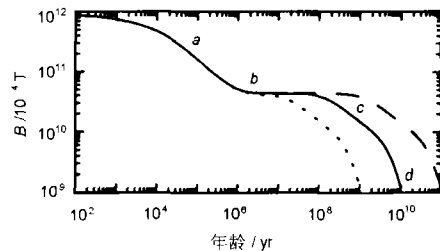


图 3 磁场对年龄的演化关系 (欧姆耗散)^[48]
短线、实线、点线分别对应于 Q 取 0.001, 0.01, 0.1

待参数, t 很大时, σ_{imp} 占主要地位, 则可取 $\alpha = 1, \beta = 0$, 此时有 $B(t) = B_0(t/t_0)^{-2/3}$, 这与图 3 中的 c 段比较相符。人们发现磁场除了欧姆耗散之外, 还会向内部扩散^[20], 由于内部的电导率高, 所以会减缓磁场的衰减, 得出向内扩散的速度为 $\frac{dh}{dt} = 5.3 \times 10^2 \left(\frac{Q}{Z}\right)^{1/3} t_{\text{yr}}^{-2/3} \text{cm} \cdot \text{yr}^{-1}$ 。

Page 等人考虑了广义相对论效应, 对脉冲星的冷却方程、状态方程、耗散方程均做了广义相对论修正, 发现广义相对论效应对各个过程只产生微弱的影响, 使脉冲星磁场的衰减略有变慢^[51]。

从欧姆耗散模型中, 可以直接得出脉冲星磁场的演化形式, 但与其自转周期的演化没有明显的关系。要得出自转周期的演化情况, 只有依据本文一开始所给出的磁场与周期和周期变化率之间的关系。这是该模型的一个缺点。同时, 初始磁场的起源与位形、致密中子物质的状态方程、脉冲星的冷却模型、 Q 的取值都很不确定, 这导致了模型的不确定性。

4.2 核内磁场扩散模型

核内磁场扩散模型考虑脉冲星磁场本来是束缚在核内的, 自转变慢使其内部的涡丝(超流中子)向外扩散, 而超导质子形成的全磁通与超流中子形成的涡丝有相互作用, 因而也会向外部扩散。核的密度很高, 所以在核内的磁场不会有耗散, 但是壳层的电导率为有限值, 束缚在全磁通上并扩散到壳层的磁场在壳层中会受到欧姆耗散的作用而衰减, 直到外部与内部的磁场达到平衡。Ding 等人利用这个模型做了详细的计算^[67], 他们只考虑由于磁偶极辐射而导致的自转变慢, 发现脉冲星的磁场可以衰减到 10^4T , 不过前提是脉冲星的初始周期是 1ms , 但是很多统计工作的结果表明, 初始周期大约是几十 ms 。对单个脉冲星而言, 没有很强的机制使自转变慢, 因而磁场不会有明显的衰减^[39]。这与双星的情况不同, 双星的相互作用, 可以使自转有明显的变化。

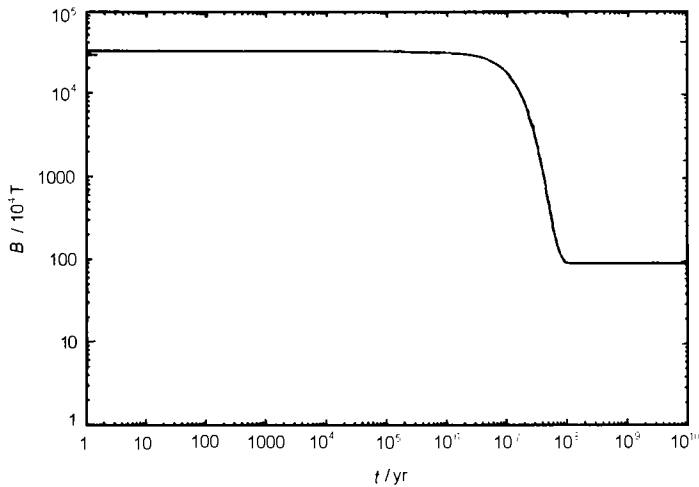


图 4 磁场对年龄的演化关系图(磁场扩散)^[68]

Jahan-Miri 从全磁通和涡丝的受力分析入手^[68], 给出受力平衡方程: $F_n + F_\nu + F_b + F_c = 0$, 其中 F_n 是穿透力(pinning force), F_ν 是粘滞拉力(drag force), F_b 是磁悬浮力, F_c 为曲率力(curvature force), 把上面各个力的表达式代入受力平衡方程, 可以得到 $\alpha \frac{\omega - \delta}{PB_4} - \beta v_p \gamma + \delta = 0$,

其中 ω_{-6} 是超流落后的角速度, 以 $10^{-6}\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$ 为单位; v_{p7} 是全磁通的径向运动速度, 以 $10^{-7}\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$ 为单位; B_4 为磁场强度, 以 10^4T 为单位; α 、 β 、 δ 的值, 由不同的模型决定, 在给出了它们的值之后, 就可以得到磁场和周期的耦合关系, 进而可以求出它们的演化。图 4 给出了数值计算的结果, 可以看出磁场从 10^7 yr 开始衰减 1~2 个量级, 然后保持不变。

以前所用的磁场和周期的关系, 都是根据磁偶极辐射与自转能损相当得到的, 尽管有人觉得不合理, 但是没有别的更好的办法。该模型可以直接得到磁场和周期的关系。这是非常有意义的。脉冲星周期是直接观测量, 磁场和年龄都是导出量, 所以磁场和周期之间的比较相对于磁场和年龄之间的比较更有说服力, 而这种模型恰恰能直接给出磁场和周期之间的关系。

5 结 束 语

关于脉冲星磁场起源和演化的问题有很多不确定性, 因而有很多问题值得研究。

首先, 关于脉冲星磁场的起源机制, 到现在还没有一致的结论。一方面可以通过对年轻脉冲星的研究, 即把各种模型应用到年轻脉冲星上, 与观测资料对比来验证各种模型。另一方面, 各种模型都没有给出初始磁场的位形, 比如对脉冲星磁场演化具有重要影响的初始磁场在壳层中的分布。由于磁场起源的不确定性导致初始磁场的的不确定性, 对此在研究中可以把年轻脉冲星的参数作为初始值, 因为年轻脉冲星的年龄, 相对于磁场的演化时标来说很小, 可以忽略前面的这段演化。脉冲星是致密天体, 若通过它的磁场演化来确定磁场的起源, 对整个致密天体的研究都有很重要的意义。

其次, 脉冲星的结构还没有弄清楚, 因此有很多种脉冲星的状态方程。而各种状态方程可以给出不同的壳层尺度、密度, 这会对研究脉冲星电导率和初始磁场的分布产生很大的影响。

第三, 脉冲星的热演化或脉冲星的冷却也有很多问题, 它与状态方程有关, 也与微观过程有关。温度的不确定导致电导率的不确定, 而电导率是影响脉冲星磁场演化的关键量。

第四, 关于脉冲星磁场和周期的关系, 以前研究得较少, 主要是直接承认磁偶极辐射模型。实际上, 随着脉冲星的演化, 周期和磁场都相应演化, 它们的演化应该是耦合的, 也即研究磁场演化的同时, 也应该考虑周期的演化, 得到它们之间的关系, 然后直接与观测对比。

第五, 还有一些影响脉冲星磁场衰减的其它因素, 如相对论效应以及其它的一些微观过程(如双极扩散、Hall 效应等)。

第六, 脉冲星表面磁场为磁偶极场也是一个假定, Mitra 等人曾考虑其表面为多极场, 结果发现除多极指数非常大的情况外其演化行为与偶极场相同^[69]。

致谢 感谢与李向华、游霄鹏、王洪光等人的有益讨论。

参 考 文 献

- 1 Manchester R N, Taylor J H. Pulsar, San Francisco: Freeman, 1977
- 2 Woltjer L. Ap. J., 1964, 140: 1309
- 3 Thompson C, Duncan R C. Ap. J., 1993, 408: 194
- 4 Chanmugam G. Annu. Rev. Astron. Astrophys., 1992, 30: 143
- 5 Xu R X, Busse F. Astron. Astrophys., 2001, 371: 963
- 6 Urpin V A, Levshakov S A, Iakovlev D G. M.N.R.A.S., 1986, 219: 703

- 7 Blandford R, Applegate J, Hernquist L. *M.N.R.A.S.*, 1983, 204: 1025
- 8 Muslimov A, Page D. *Ap. J.*, 1996, 458: 347
- 9 Ostriker J P, Gunn J E. *Ap. J.*, 1969, 157: 1395
- 10 Canuto V. *Ap. J.*, 1970, 159: 641
- 11 Baym G, Pethick C, Pines D. *Nature*, 1969, 224: 674
- 12 Chanmugam G, Gabriel M. *Astron. Astrophys.*, 1971, 11: 268
- 13 Gunn J E, Ostriker J P. *Ap. J.*, 1970, 160: 979
- 14 Cordes J M, Chernoff D F. *Ap. J.*, 1998, 505: 315
- 15 Lyne A G, Manchester R N, Taylor J H. *M.N.R.A.S.*, 1985, 213: 613
- 16 Bhattacharya D *et al.* *Astron. Astrophys.*, 1992, 254: 198
- 17 Wakatsuki S *et al.* *Ap. J.*, 1992, 392: 628
- 18 Hartman J W *et al.* *Astron. Astrophys.*, 1997, 322: 477
- 19 Mukherjee S, Kembhavi A. *Ap. J.*, 1997, 489: 928
- 20 Sang Y, Chanmugam G. *Ap. J.*, 1987, 323: L61
- 21 Lyne A G, Anderson B, Salter M J. *M.N.R.A.S.*, 1982, 201: 503
- 22 Lyne A G, Manchester R N, Taylor J H. *M.N.R.A.S.*, 1985, 213: 613
- 23 Lorimer D R, Bailes M, Harrison P A. *M.N.R.A.S.*, 1997, 289: 592
- 24 Chanmugam G, Rajasekhar A, Young E J. *M.N.R.A.S.*, 1995, 276: L21
- 25 Marsden D *et al.* *Ap. J.*, 2001, 547: L45
- 26 Goldreich P, Julian W H. *Ap. J.*, 1970, 160: 971
- 27 Lyne A G, Manchester R N. *M.N.R.A.S.*, 1988, 234: 477
- 28 Tauris T M, Manchester R N. *M.N.R.A.S.*, 1998, 298: 625
- 29 Lyne A G, Pritchard R S, Smith F G. *M.N.R.A.S.*, 1988, 233: 667
- 30 Lyne A G *et al.* *Nature*, 1996, 381: 497
- 31 Kaspi V M *et al.* *Ap. J.*, 1994, 422: L83
- 32 Nagase F *et al.* *Ap. J.*, 1990, 351: L13
- 33 Johnston S, Galloway D. *M.N.R.A.S.*, 1999, 306: L50
- 34 Chanmugam G, Sang Y. *M.N.R.A.S.*, 1989, 241: 295
- 35 Lyne A G, Ritchings R T, Smith F G. *M.N.R.A.S.*, 1975, 171: 579
- 36 Han J L. *Astron. Astrophys.*, 1997, 318: 485
- 37 Stollman G M. *Astron. Astrophys.*, 1987, 178: 143
- 38 Narayan R, Ostriker J P. *Ap. J.*, 1990, 352: 222
- 39 Emmering R T, Chevalier R A. *Ap. J.*, 1989, 345: 931
- 40 Hansen B M S, Phinney E S. *M.N.R.A.S.*, 1997, 291: 569
- 41 Arzoumanian Z, Chernoff D F, Cordes J M. *Ap. J.*, 2002, 568: 289
- 42 Paczynski B. *Ap. J.*, 1990, 348: 485
- 43 Kuijken K, Gilmore G. *M.N.R.A.S.*, 1989, 239: 571
- 44 Ruderman M A, Sutherland P G. *Ap. J.*, 1975, 196: 51
- 45 Biggs J D. *M.N.R.A.S.*, 1990, 245: 514
- 46 Chevalier R A, Emmering R T. *Ap. J.*, 1986, 304: 140
- 47 Sengupta S. *Ap. J.*, 1998, 501: 792
- 48 Page D, Geppert U, Zannias T. *Astron. Astrophys.*, 2000, 360: 1052
- 49 Bhattacharya D, Datta B. *M.N.R.A.S.*, 1996, 282: 1059
- 50 Bethe H A, Johnson M B. *Nucl. Phys.*, 1974, A230: 1
- 51 Friedman B, Pandharipande V R. *Nucl. Phys.*, 1981, A361: 502
- 52 Wiringa R B, Fiks V, Fabrocini A. *Phys. Rev.*, 1988, C38: 1010
- 53 Pandharipande V R, Pines D, Smith R A. *Ap. J.*, 1976, 208: 550
- 54 Glendenning N K, Moszkowski S A. *Phys. Rev. Lett.*, 1991, 67: 2414

- 55 Lattimer J M, Prakash M. *Ap. J.*, 2001, 550: 426
56 Engvik L et al. *Ap. J.*, 1996, 469: 794
57 Sahu P K, Basu R, Datta B. *Ap. J.*, 1993, 416: 267
58 Datta B, Thampan A V, Bhattacharya D. *J. Astrophys. Astron.*, 1995, 16: 375
59 Urpin V A, Konenkov D. *M.N.R.A.S.*, 1997, 292: 167
60 Urpin V A, Muslinov A G. *M.N.R.A.S.*, 1992, 256: 261
61 Urpin V A, Chanmugam G, Sang Y. *Ap. J.*, 1994, 433: 780
62 Page D. In: Buccheri R et al. eds. *The many faces of neutron stars*. Boston: Kluwer, 1998 : 539
63 Van Riper K A. *Ap. J. Suppl. Ser.*, 1991, 75: 449
64 Nomoto K, Tsuruta S. *Ap. J.*, 1987, 312: 711
65 Raikh M E, Iakovlev D G. *Ap. Space Sci.*, 1982, 87: 193
66 Urpin V A, van Riper K A. *Ap. J.*, 1993, 411: L87
67 Ding K Y, Cheng K S, Chau H F. *Ap. J.*, 1993, 408: 167
68 Jahan-Miri M. *Ap. J.*, 2000, 532: 514
69 Mitra D et al. *M.N.R.A.S.*, 1999, 327: 459

Evolution of Normal Pulsar Magnetic Fields

Sun Xiaohui Han Jinlin

(*Department of Astronomy, Peking University, Beijing 100871*)

(*National Astronomical Observatories, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100012*)

(*The Chinese Academy of Sciences-Peking University Joint Beijing Astrophysics Center, Beijing 100871*)

Abstract

Results and new progress of the origin and evolution of pulsar magnetic fields are reviewed. Lots of models about how such strong magnetic fields were generated, mainly two kinds of structures were proposed for initial magnetic fields: fields confined in the cores and fields confined in the crusts of neutron stars. No consensus has been reached on whether the magnetic fields decay or not, despite some observational evidence for the evolution of magnetic fields. The discrepancy between characteristic ages and kinematics ages indicates that the magnetic fields decay exponentially. On the other hand, the braking indices of several young pulsars and the comparison between pulsar characteristic ages and the ages of associated supernova remnants suggest that the magnetic fields of young pulsars grow like a power-law. Pulsar population synthesis is one of the most important methods to investigate the evolution of magnetic fields. Many simulations show that if magnetic fields do decay exponentially, the e-folding decay time should be 100 Myr or longer. The numerical calculations of the Ohmic decay in the crust indicate that the scenario of exponential decay is oversimple, and the evolution could be divided into four possible phases approximately: exponential decay, no decay, power-law decay and exponential decay again. The model of magnetic fields expulsion induced by spin-down suggests that the magnetic fields decay only in a period between 10^7 yr and 10^8 yr.

Key words pulsar—magnetic field—methods: statistical—decay