

为了确定该计划的进一步细节，NGST/GAIA 小组从科学和技术上加以进一步的论证。卫星的发射时间有望于 2002 年年底。

黑洞吸积理论的新进展(II): 含激波的吸积理论

袁 峰

(南京师范大学物理系 南京 210097)

摘要

着重评述了含激波吸积理论的发展历史和研究现状,介绍了在伪牛顿势以及严格广义相对论框架下,对等温和绝热两种不同的流体模型中可能发生的 R-H 激波、等温激波等各种不同激波的解析和数值模拟研究,包括激波发生的参数空间、不同流体参数(比能量和比角动量)下激波发生的位置、强度以及耗散的能量。这些研究结果表明,在理想流体近似下,黑洞吸积流中必定会产生激波。此外,还介绍了含激波吸积理论在活动星系核方面的应用。对黑洞吸积理论简单讨论,评述了含激波吸积理论与 ADAF 吸积理论的关系,着重评述了目前对于 ADAF 中是否会发生激波这一存在很大争议的问题。

关键词 黑洞—吸积—吸积盘—激波

分类号 P145.8

1 含激波吸积理论研究的现状

首先要强调的一点是,对于黑洞的吸积,流体是以光速进入视界的,这样,对于所选择的任何实际的物态方程,在吸积内区,流体必定会超声速。由于一般认为流体在远离黑洞时速度很小(这也是最现实的一种选择),所以,黑洞的吸积必定是跨声速的。文献中常把这一条件叫做黑洞吸积解必须满足的规则性条件(regularity condition)。

与含激波吸积有关的工作可以追溯到著名的 Bondi 吸积。Bondi^[1]研究了定常态球对称的绝热多方气体的牛顿星的吸积,发现在无穷远处给定流体的压强和密度的情形下,存在着一个唯一确定的吸积率,对应着这个吸积率,该流体存在着跨声速的解,即流体存在由亚声速到超声速的运动。这个吸积率也是实际能发生吸积的最大吸积率^[2],任何小于该吸积率的吸积,只要它不借助于诸如激波等间断,就总是保持亚声速或超声速。尽管这个工作是在牛顿力学框架下进行的,但它首次提出的吸积研究中的声速点、跨声速运动等概念却有着持久的生命力。20 年后,Michel^[3]将这一工作推广到了史瓦西黑洞吸积的情况。他在广义相对论下证实了 Bondi 的结论,即只有在某个临界吸积率下,才存在着一个跨声速解。

实际发生的吸积不可能是严格的球吸积, 带角动量的流体的吸积更加普遍。于是一系列的文章着手研究在一些限制性简化条件下的转动流体的跨声速吸积问题。Cassen 和 Pettibone^[4]把转动作为对 Bondi 流的微扰进行处理, 得出结论: 角动量的加入使得临界吸积率值减小。然而, 由于声速点是一个结合微分方程的临界点, 小的扰动可能会导致解的极大的变化, 所以微扰方法是否适用值得怀疑。Liang 和 Tompson^[5]导出了流体具有角动量时 Schwarzschild 黑洞吸积的径向运动方程, 并对声速点的个数和跨声速整体解的性质在一种简单情形下进行了定性分析。第二年 Abramowicz 和 Zurek^[6]用当时新发现的 Paczyński-Wiita 势^[7]对绝热流体的吸积进行了定量计算, 得出了声速点位置对流体参数(如比能量和比角动量)的依赖关系, 指出了“类球”与“类盘”吸积这两种不同的吸积模式。Lu^[8]将这一研究推进至严格广义相对论情形, 更重要的是, 除此之外他还敏锐地发现, 一对适当的流体参数, 存在两个跨声速解, 这两个解对应于不同的吸积率和不同位置的声速点。我们将在后文谈到, 这一点对含激波解的构建至关重要。值得注意的是, 尽管两个解都是跨声速的, 实际上只有一个能延伸到黑洞的视界。这一结论的一般性证明由 Lu 和 Abramowicz^[9]完成, 他们发现, 只有与小吸积率相联系的解才是物理的。这一结论被称为 Lu 和 Abramowicz 的唯一性定理, 并由 Anderson^[10]将赤道面情形推广到一般的定常态轴对称时空背景下。

气体动力学告诉我们, 一旦流体的速度超过声速, 就与一般亚声速流体有了显著的区别。最突出的一点是: 超声速流体受到的扰动就会发展成激波^[11]。由于吸积物质在临近黑洞时必定是超声速的, 故很可能会产生激波^[12,13]。Mészáros 和 Ostriker^[14]第一次提出含激波的球吸积模型, 用来解释类星体的光谱。但他们的模型有一个严重缺陷: 不满足黑洞吸积近视界超声速的边界条件。而要满足这个条件, 必须存在两个声速点: 流体经过第一个声速点后变为超声速运动, 发生激波后变为亚声速, 然后经过第二个声速点, 以超声速进入视界, 如图 1 所示。

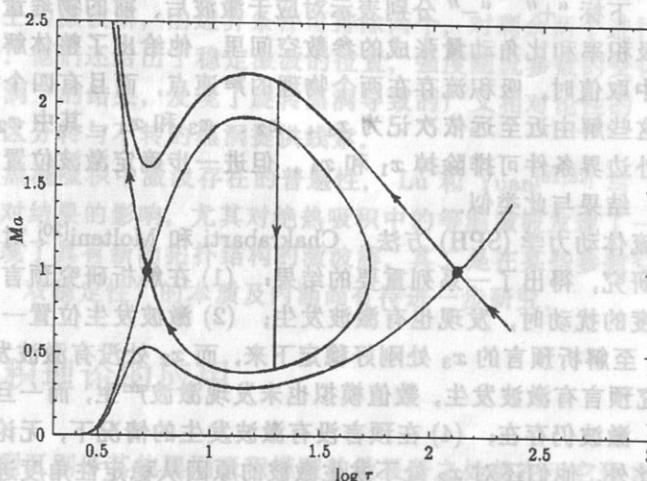


图 1 激波形成示意图

图中竖线表示激波跃迁。图中横坐标 r 的单位为引力半径, 纵坐标为马赫数, 两个实心圆点示声速点。由于定常态绝热的球吸积只存在一个声速点, 是不可能发生激波的。然而, 当流体不绝

热而有局域的加热或致冷发生，或者当球吸积被代之以含角动量的吸积时，流体就会有多个声速点存在。Chang 和 Ostriker^[15] 研究了前一种情形，他们将气体状态方程中的多方指数 n 看作半径 r 的函数，从而形式地将有加热、致冷发生的过程看作绝热过程。他们发现，当 n 是 r 的减函数时，存在多个声速点，从而可能有激波发生。

对于角动量不为零的黑洞吸积流，即使在定常态、绝热的理想情况下，也会存在多个声速点，这为激波的发生提供了可能。利用数值模拟方法，Wilson^[16] 首先发现了无粘流中的运动激波，Fukue^[17] 则在绝热吸积流中解析地发现了一个激波形成例子。

Chakrabarti^[18,19] 第一次系统研究了绝热以及等温吸积流中的含激波解。在考虑 Paczynsky-Wiita 势的情况下，他采用如下形式的流体方程组（以绝热情形为例）：

$$\text{伯努利积分: } \varepsilon = \frac{v^2}{2} + \frac{a^2}{\gamma - 1} + \frac{\lambda^2}{2x^2} + g(x) \quad (1)$$

$$\text{质量守恒: } \dot{M} = v\rho x h \quad (2)$$

$$\text{垂向流体静力学平衡: } h = ax^{\frac{1}{2}}(x - 1) \quad (3)$$

以及 R-H 激波条件，即：

$$\text{能流守恒: } \varepsilon_+ = \varepsilon_- \quad (4)$$

$$\text{动量流守恒: } W_+ + \Sigma_+ v_+^2 = W_- + \Sigma_- v_-^2 \quad (5)$$

$$\text{粒子流守恒: } \dot{M}_+ = \dot{M}_- \quad (6)$$

式中 ε 、 λ 分别为比能量、比角动量， a 为绝热声速， v 为径向速度， ρ 为气体的密度， \dot{M} 为吸积率， γ 为绝热指数， x 为盘的径向坐标， g 为引力势能， Σ 为面密度， W 为垂向积分压强， h 为盘厚，下标“+”、“-”分别表示对应于激波后、前的物理量。对这个方程组进行求解，在流体的吸积率和比角动量张成的参数空间里，他给出了整体解的分类，发现当流体参数在某些区域中取值时，吸积流存在两个物理的声速点，而且有四个满足上述方程的含激波的吸积解，依这些解由近至远依次记为 x_1 、 x_2 、 x_3 和 x_4 ，其中 x_2 和 x_3 总处于两个声速点之间。由内外边界条件可排除掉 x_1 和 x_4 ，但进一步确定激波位置的努力没有成功。在等温流体情形下，结果与此类似。

应用平滑粒子流体动力学 (SPH) 方法，Chakrabarti 和 Molteni^[20] 对绝热流体的黑洞吸积进行了数值模拟研究，得出了一系列重要的结果：(1) 在解析研究预言有激波发生的条件下，当引入一定程度的扰动时，发现也有激波发生；(2) 激波发生位置一开始离内声速点很近，然后向外移动，至解析预言的 x_3 处刚好稳定下来，而 x_2 处没有激波发生；(3) 若不加扰动，则即使解析研究预言有激波发生，数值模拟也未发现激波产生，而一旦激波发生，即使将外界扰动大大减弱，激波仍存在；(4) 在预言没有激波发生的情况下，无论加多大的扰动，也不会有激波发生。此外，他们还对 x_2 处不发生激波的原因从稳定性角度进行了理论分析，发现对吸积而言， x_3 稳定， x_2 不稳定。从而解释了数值模拟的结果。随后，Molteni 等人^[21] 对考虑竖直方向运动的厚盘进行了数值模拟研究，除证实了 Chakrabarti 和 Molteni^[20] 的主要结果外，还发现由于此时流体本身存在湍流，激波的形成是普遍现象，不再需要另外引入外部扰动。此外还发现靠近黑洞出现很强的风，并猜测这与激波加热有关。除了上述 SPH 方

法外，用 TVD(total variation diminishing) 方法进行的模拟^[22,23]也都得出了与解析及用 SPH 方法基本相同的结果。后来，Molteni 等人^[24]将他们的研究推进至包含韧致辐射等致冷效应，结果发现，在流体参数取适当值的情况下仍会发生激波，而且，当选择的流体参数使得由激波处向黑洞视界的下落时标恰好与激波后流体的致冷时标同量级时，激波将不再是驻定不动的，而是进行径向振动，振动周期等于致冷时标，振幅则为从激波发生处到黑洞视界距离的 10%。他们指出，在一些天体系统中观测到的准周期振动现象可能与此有关。

流体含粘滞情形的研究比较困难。Chakrabarti^[25]首先在等温流体近似下对此进行了研究，在 α 粘滞模型下，发现不管 α 取何值， x_2 处的激波解总是存在，而当 α 由小增大时， x_3 处的激波强度逐渐减小，到某一临界值 α_{crit} 时，该处的激波彻底消失。对一般含粘滞流体的情形，是否会发生激波是个尚未解决的问题，我们将在本文末尾略加讨论。

所有上述工作（包括解析研究和数值模拟）都是用一种近似的伪牛顿势即 Paczyński-Wiita 势来作为对严格的 Schwarzschild 几何的近似。虽然这个势在一般情况下都能给出足够准确的结果，但在靠近黑洞视界附近却可能存在较大的误差^[26]，而且它无法表示现实中存在可能性更大的旋转黑洞的外部引力场。这就需要人们对这个问题进行完全相对论性的处理。这方面第一个解析工作是 Chakrabarti^[27] 完成的，遗憾的是他的工作只是给出了几个例子，未能对这个问题给出令人满意的系统的结果。Yang 和 Kafatos^[26]系统研究了 Schwarzschild 度规下等温流体赤道面吸积流中的激波，给出了与伪牛顿势下^[19]定性相同的结果。最重要的是，他们提出了一种新的稳定性分析方法，用这个方法他们第一次去掉了吸积与风中激波位置的不确定性，给出了唯一稳定的激波解，在上文的符号下，他发现对吸积中的激波， x_3 稳定， x_2 不稳定。

Chakrabarti^[28]以及 Lu 等人^[29]完成了 Kerr 度规下绝热流体吸积中的激波的研究，Kerr 度规下等温流体的情形则由 Yuan 等人^[30]完成。在这两种情形下，都给出了激波形成的参数空间，发现这时得到的结果与用伪牛顿势得到的结果定性上是一致的，即在某些流体参数下，存在四个形式上的激波解，由边界条件可排除两个，对剩余两个进行稳定性分析，发现只有一个稳定的。他们还给出了稳定激波的位置，强度随流参数的变化。另外，通过比较不同比角动量的黑洞下的结果，发现了旋转黑洞导致的广义相对论性的“框架拖曳”效应。这有可能为观测上区分转与不转的黑洞提供线索。

为进一步确定黑洞吸积中激波存在的普遍性，Lu 和 Yuan^[31,32]与 Yuan 和 Lu^[33]研究了不同的激波条件对结果的影响，尤其对绝热吸积中的等温激波发现了一些不同于以前的新结果：其一是出现了具有新的拓扑结构的激波解。其二是在某些参数空间，会存在两个稳定的激波解。这种“双稳定性”的本质及内涵尚有待进一步研究。

2 含激波吸积理论的应用

含激波吸积模型区别于其他黑洞吸积模型的最显著之处就在于它预言了在吸积内区可能出现一个高温区，该区的边界由激波位置决定，温度高低则与激波强度有关。高温区的出现是由于发生激波时流体运动的很大部分动能不可逆地转化为流体内能所致。伴随着流体动能的减小，流体密度也随之增大，这样，若激波发生在类盘吸积中，盘的厚度也会因温度的升高而显著增大，成为类球形。这一图像与通常的吸积盘迥然不同，这无疑将极大丰富、拓宽

我们建立理论模型的视野。

Mészáros 和 Ostriker^[14] 提出可用含激波的球吸积作为射电宁静的类星体、Seyfert 1 星系的模型。他们认为激波上游的气体是光薄的，当 $\rho(r)$ 和 $T(r)$ 满足一定条件时，这些气体的轫致辐射的复合结果可产生幂律谱。激波波前中产生的湍动电磁场导致同步光子的产生，而康普顿化后的同步光子可能是类星体中红外到光学波段辐射的来源，激波后的高温区则将产生硬 X 射线及软 γ 射线。这主要是由轫致辐射光子康普顿化的结果。他们同时考虑到了 p-p 碰撞的 π 产生效应及光子-光子吸收。Chakrabarti 和 Wiita^[34] 发现若认为黑洞吸积盘内区有激波发生，则对某些源（如 1202+281 和 2130+099）能在紫外波段给出比基于薄盘的模型更好的拟合结果。但这两项工作都还比较初步。前者是半定量的，只是进行了一些数量级的估计。后者虽进行了定量计算，但所用模型过于简单，没有对辐射与动力学行为进行自治计算。

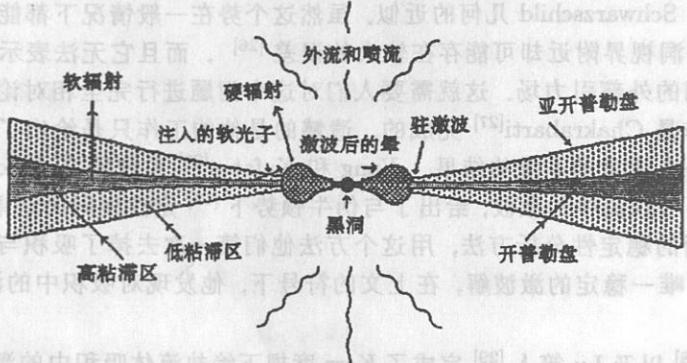


图 2 含激波的黑洞吸积盘模型示意图^[35]

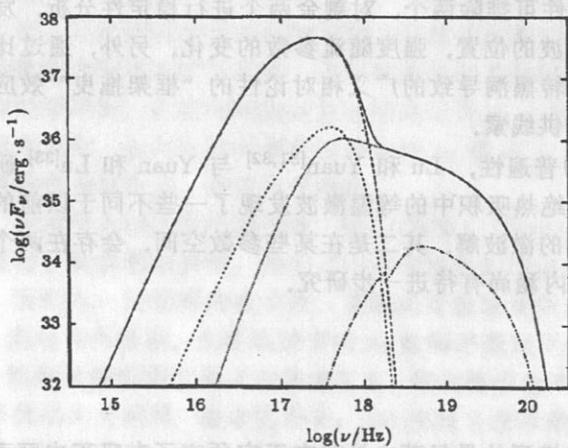


图 3 由含激波的吸积盘模型计算得到的谱^[35]

Chakrabarti 和 Titarchuk^[35] 第一次详尽地计算了包含激波时黑洞吸积盘的发射谱。他们将盘分为三个区： $r > r_s$ 时 (r_s 示激波发生位置的径向坐标)，在赤道面上是光学厚的开普勒盘，在开普勒盘上下各包裹一个光学薄的亚开普勒角动量的晕 (halo)，而在 $r < r_s$ 时则是个热的、光学厚度 $\tau \approx 1$ 的激波后的晕 (halo) 区，如图 2 所示。由于侧重点是辐射谱的计算，更是为了计算方便， r_s 是作为参数直接给出的。开普勒盘产生黑体谱，这些软光子的大部分直接穿过亚开普勒的 halo 区而辐射出去，小部分则为激波后 halo 拦截，康普顿化后以硬 X 射线和 γ 射线的形式辐射出去。他们在考虑了质子和电子间的库仑能量交换以及轫致辐射和康普顿化后求解了激波后区的双温方程，并严格计算了硬 X 射线在冷区中的反射。计算得到的谱如图 3 所示。图中实线表示总的出射

谱，长划线、短划线、点线以及点划线分别表示开普勒盘、硬辐射在开普勒盘中的再辐射(reprocessing)、开普勒盘发出的软辐射在激波后 halo 中的再辐射以及硬辐射被开普勒盘反射等因素各自的结果。计算发现激波前亚开普勒 halo 的贡献极小故未考虑。所用参数中开普勒盘吸积率 $\dot{m}_d = 0.1$ ，亚开普勒 halo 的吸积率 $\dot{m}_h = 1$ ，中心黑洞质量 $M = 5M_\odot$ 。图 4 表示谱形状随开普勒盘吸积率 \dot{m}_d 的变化。由下到上实线、长划线、短划线、点线对应的 \dot{m}_d 分别为 0.001、0.01、0.1 和 1。图 5 则表示谱的形

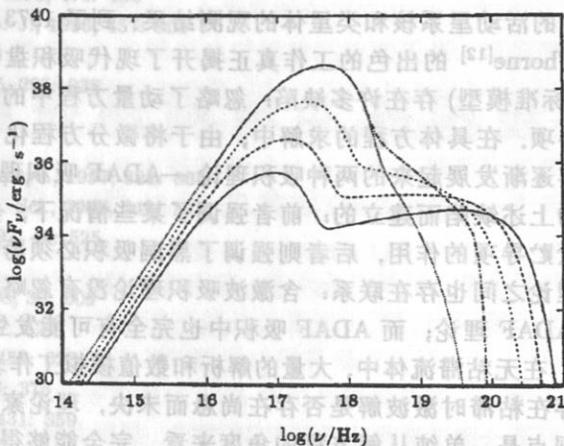


图 4 谱形随 \dot{m}_d 的变化^[35]
状随亚开普勒 halo 吸积率 \dot{m}_h 的变化。图中短划线、实线和长划线分别对应于 $\dot{m}_h = 0.5$ 、1 和 2。可以看出随 \dot{m}_h 的增加硬成分流量增大，同时谱变硬(谱指数 α 变大)而软成分的光度则基本保持不变。

这些结果可解释许多观测。举例来说，某些源(如 GS1124-68^[36])不同波段硬成分的光度 L_H 会呈现“反相关”变化：低于 10keV 的 L_H 的增大往往伴随着高于 10keV 波段的 L_H 的减小。很容易由图 4 看出，这是 \dot{m}_d 的增大造成的。另一个例子是 NGC 4151。观测发现其幂律谱指数 α 一

般保持稳定，但在 2~20keV 波段有时显示 α 与 L_H 的正相关，这可由 \dot{m}_d 的增大解释(见图 4)。有时 α 与 L_H 显示负相关，这可通过图 5 来理解：当 \dot{m}_h 增大时，会伴随 L_H 的增大及 α 的减小。此外，计算还发现^[35]当 \dot{m}_h 较大时(如 $\dot{m}_h > 1$)，随着 \dot{m}_d 的增大，软成分的光度将显著增大，但硬成分的幂律谱指数 α 则基本保持不变(见文献[35]图 3(a)的左下角)。这一结果与对 GX339-4, GS2023+38 及 GS1124-68 的观测结果相一致^[36]。

这一模型的优越之处首先在于谱的软、硬成分是由一个吸积盘完全自治地计算得到的，无需诸如等离子体云、热冕等既不自治又来历不明的假设。其次就是模型的参数少，一般只需调节盘吸积率 \dot{m}_d 。

3 吸积理论研究前景展望

吸积理论的研究起始于本世纪 30 年代末，距今约 60 年。50 年代 Bondi 的工作堪称吸积

理论研究的第一个里程碑。然而由于球吸积的辐射效率太低，故难以利用这一模型来解释高光度的活动星系核和类星体的观测结果。到了 1973 年，Shakura 和 Sunyaev^[43] 以及 Novikov 和 Thorne^[12] 的出色的工作真正揭开了现代吸积盘物理的帷幕。然而，如前文所述，这一模型（标准模型）存在许多缺陷：忽略了动量方程中的惯性项和压强梯度项，以及能量方程中的贮导项。在具体方程的求解中，由于将微分方程化为代数方程，导致无法考虑边界条件。近些年逐渐发展起来的两种吸积理论—ADAF 吸积理论和含激波的吸积理论，就是针对标准模型的上述缺陷而建立的：前者强调了某些情况下，具体说来就是吸积率偏离爱丁顿吸积率时能量贮导项的作用，后者则强调了黑洞吸积必须跨声速这一动力学的要求。另一方面，这两种理论之间也存在联系：含激波吸积理论没有忽略能量方程中的贮导项，在这种意义上可称为 ADAF 理论；而 ADAF 吸积中也完全有可能发生激波。

在无粘滞流体中，大量的解析和数值模拟工作表明，黑洞的吸积方程存在激波解。然而，在存在粘滞时激波解是否存在尚悬而未决，理论家们对此各执一词，争执不下^[38~40]。我们的观点是，单纯从解方程的角度来看，完全能够得到或者说建立含激波的整体解。Narayan 等人^[7] 没有得到含激波解而 Chakrabarti^[38] 得到了，其原因并非由于 Narayan 所声称的那样是由于 Chakrabarti 解方程的方法的不正确，关键在于他们的目的只是获得一般的整体解，而含激波解却是要在考虑激波条件后‘构造’出来的。但是，我们却并不能因为获得了含激波解就认为实际流体中一定能够发生激波，这个问题的最终解决还须借助于数值模拟。遗憾的是，即使借助数值模拟，人们得出的结果也是不同的^[41,42,21]。激波存在与否是个极端重要的问题，因此可以设想，对这个问题的解决必将使黑洞的吸积理论跨上新的台阶。

参 考 文 献

- 1 Bondi H. M.N.R.A.S., 1952, 112: 195
- 2 Shapiro S L, Teukolsky S A. Black Holes, White Dwarfs, and Neutron Stars. New York: Wiley, 1984. 412
- 3 Michel F C. Astrophys. Space. Sci., 1972, 15: 153
- 4 Cassen P, Pettibone D. Ap. J., 1976, 208: 500
- 5 Liang E P T, Thompson K A. Ap. J., 1980, 240: 271
- 6 Paczyński B, Wiita P J. Astron. Astrophys., 1980, 88: 23
- 7 Narayan R, Kato S, Honma F. Ap. J., 1997, 476: 49
- 8 Lu J F. Astron. Astrophys., 1985, 140: 176
- 9 卢炬甫, Abramowicz M A. 天体物理学报, 1988, 8: 1
- 10 Anderson M. M.N.R.A.S., 1989, 239: 19
- 11 Landau L D, Lifshitz E M. Fluid Mechanics. Oxford: Pergamon Press, 1987. 313
- 12 Novikov I, Thorne K S. In: DeWitt C, DeWitt B eds. Black Holes, New York: Gordan and Breach, 1973. 345
- 13 Blandford R D. In: Blandford R D, Netzer H, Woltjer L eds. Active Galactic Nuclei, Berlin: Springer-Verlag, 1990. 161
- 14 Mészáros, Ostriker J P. Ap. J., 1983, 273: L59
- 15 Chang K M, Ostriker J P. Ap. J., 1985, 288: 428
- 16 Wilson J R. Ap. J., 1972, 173: 431
- 17 Fukue J. Publ. Astron. Soc. Jpn., 1987, 39: 309
- 18 Chakrabarti S K. Ap. J., 1989, 347: 365
- 19 Chakrabarti S K. M.N.R.A.S., 1989, 240: 7
- 20 Chakrabarti S K, Molteni D. Ap. J., 1993, 417: 671
- 21 Molteni D, Lanzafame G, Chakrabarti S K. Ap. J., 1994, 425: 161
- 22 Ryu D, Chakrabarti S K, Molteni D. Ap. J., 1997, 474: 378

- 23 Molteni D, Ryu D, Chakrabarti S K. *Ap. J.*, 1996, 470: 460
 24 Molteni D, Sponholz H, Chakrabarti S K. *Ap. J.*, 1996, 457: 805
 25 Chakrabarti S K. M.N.R.A.S., 1990, 243: 610
 26 Yang R, Kafatos M. *Astron. Astrophys.*, 1995, 295: 238
 27 Chakrabarti S K. *Ap. J.*, 1990, 350: 275
 28 Chakrabarti S K. *Ap. J.*, 1996, 471: 237
 29 Lu J F, Yu K N, Yuan F et al. *Astron. Astrophys.*, 1997, 321: 665
 30 Yuan F, Dong S F, Lu J F. *Astrophys. Space. Sci.*, 1997, 246: 197
 31 Lu J F, Yuan F. *Publ. Astron. Soc. Jpn.*, 1997, 49: 525
 32 Lu J F, Yuan F. M.N.R.A.S., 1998, 295: 66
 33 Yuan F, Lu J F. *Commun. Theor. Phys.*, 1998, 30: 609
 34 Chakrabarti S K, Wiita P J. *Ap. J.*, 1992, 387, L21
 35 Chakrabarti S K, Titarchuk L. *Ap. J.*, 1995, 455: 623
 36 Ebisawa K. *Publ. Astron. Soc. Jpn.*, 1994, 46: 375
 37 Narayan R, Loeb A, Kumar P. *Ap. J.*, 1994, 431: 359
 38 Chakrabarti S K. *Ap. J.*, 1996, 464: 664
 39 Chakrabarti S K. In: Wickrama D T, Ferrario L, Bicknell G V eds. *On Accretion Phenomena Related Outflows*, Proc. IAU Colloq. 163, Queensland, Australia, 1996, A.S.P. Conf. Series, 1997
 40 Narayan R. In: Wickrama D T, Ferrario L, Bicknell G V eds. *On Accretion Phenomena Related Outflows*, Proc. IAU Colloq. 163, Queensland, Australia, 1996, A.S.P. Conf. Series, 1997
 41 Manmoto T, Takeuchi M, Mineshige S et al. *Ap. J.*, 1996, 464: L135
 42 Chen X M, Taam R E, Abramowicz M A et al. M.N.R.A.S., 1997, 285: 439
 43 Shakura N I, Sunyaev R A. *Astron. Astrophys.*, 1973, 24: 337

The Progress in the Theory of Accretion onto a Black Hole(II): Shock-included Accretion Theory

Yuan Feng

(Department of Physics, Nanjing Normal University, Nanjing 210097)

Abstract

This paper mainly discusses the history and present status of the shock-included accretion theory. The analytical studies and numerical simulation works upon R-H and isothermal shocks possibly occurred in adiabatic and isothermal accretion flows around a black hole in the frames of pseudonewtonian potential and general relativistic theory are introduced. They include the parameter space of shock formation, the locations and the strength of shocks and the energy dissipated in the shock. The results show that shocks must occur in non-viscous flows accreted by black holes. In addition, its applications on AGNs are introduced. The last section is a discussion in which we describe the relation between ADAF theory and shock-included theory. We also comment upon the widely disputed question that whether shocks can occur in ADAF or not.

Key words black hole—accretion, accretion disc—shock