

刚体地球章动理论

黄 天 衣

(南京大学天文系 南京 210093)

摘 要

介绍和比较最新的刚体地球章动理论。重点评述可能成为未来 IAU 章动系列基础的 KS90^[18] 理论,它考虑的力学因素,采用的历表和常数系统,对现行 K77^[2] 理论的改进。同时也指出了对 KS90 应作的微小修正。

关键词 地球—天体测量—历表—天体力学

1 引 言

现行的 IAU1980 章动系列^[1] 建立在 Kinoshita 1977 刚体章动理论^[2](以下简称为 K77 理论)之上,并采纳了 Wahr^[3] 的地球模型,那是一个无海洋,弹性地幔和有液核的地球。Wahr 理论给出的是每一章动项在刚体地球和形变地球情况下的系数之比。因此刚体地球仍占有重要的地位。

1984 年以前,IAU 采用的是 Woolard 于 1953 年建立的刚体地球章动系列^[4],以下简称为 W53 理论。W53 和 K77 的主要差别是:(1) W53 计算章动的参考轴是只作受迫章动的自转轴,而 K77 的参考轴是作受迫章动的形状轴,称为天文历书极(CEP);(2) W53 对系数的取舍精度为 0.2mas,而 K77 为 0.05mas;(3) W53 采用 Brown 的月历表^[5],而 K77 用 Eckert 改进的月历表^[6];(4) W53 采用 Newcomb 岁差和章动常数,而 K77 用 IAU1976 天文常数系统^[7];(5)就摄动方法而言,W53 以 Euler 角为变量,用 Euler 运动方程,而 K77 则采用 Andoyer 正则共轭变量^[8],并用 Hor-Lie 变换^[9]来分离岁差和章动。在文献[10]中对两个理论的差别和 K77 的理论方法与结果有详细的介绍。

以下的一些因素使得对 K77 理论的进一步改进成为必要:(1) Vondrak 于 1983 年发表的三篇论文^[11-13] 讨论了大行星对章动的影响,包括直接作用和间接作用。前者来自行星对地球的作用力矩,后者来自行星对月球和太阳的轨道摄动,从而造成日月位函数的变化。Vondrak 的计算表明一些行星项的量级已超过了 0.1mas,但没有包括在 K77 章动系列内;(2) Kubo^[14] 于 1982 指出,月球的轨道运动和地球的自转运动之间存在耦合,结果可达 1mas 以上,在 K77 理论中这种耦合应来自理论的二阶项,是 K77 所未能计及的;(3)近代的太阳

和月球历表已经有了很大的改进。建立章动理论要用分析的或半分析的日月亮表。法国经度局建立的行星历表 VSOP82^[15] 和月历表 ELP2000^[16] 已比 Brown 和 Newcomb 的历表精确得多; (4) 最后也是最重要的因素是现行的章动系列不符合甚长基线 (VLBI) 和激光测月 (LLR) 观测的精度要求。高精度观测对一些章动系数的测定精度可达 0.01mas。这就有必要重新修订刚体地球章动理论, 把精度从 0.1mas 提高到 0.01mas。

近年来朝这一方向迈进的刚体地球章动理论有两个: Zhu & Groten (1989)^[17] (以后简记为 ZG89) 和 Kinoshita & Souchay (1990)^[18] (以后简记为 KS90)。本文的目的是介绍和评述这些新的理论。结论是正如 McCarthy 和 Dehant^[19] 于 1994 年 8 月在 IAU 第 22 届大会关于章动的讨论会上说的那样, KS90 刚体地球章动理论应是未来 IAU 章动系列的基础。在本文中也将指出, KS90 理论亦应作一些小的修正。

2 历表和天文常数

建立地轴的章动需要计算日月等太阳系天体对地球的作用力矩, 这就需要应用月球和大行星的历表。KS90 理论采用行星历表 VSOP82^[15] 和月球历表 ELP2000^[16]。可是这两个历表在作出分析表达式后, 一些待定常数仍拟合到 JPL 的历表 DE200 和 LE200 里去。在本节中对这些历表和它们所用的常数作一系统的介绍。

DE 系列历表是一种纯数值历表, 当前在美中等国天文年历编算中使用的行星历表是 DE200/LE200。总起来说, 这一历表有以下一些特点: (1) 在太阳系质心坐标系中对太阳, 月球, 九大行星和三颗小行星的运动方程进行联合数值积分。这三颗小行星是 1 号谷神星 (Ceres), 2 号智神星 (Pallas) 和 4 号灶神星 (Vesta); (2) 时间范围是从 1850 年至 2050 年, 坐标系是 J2000.0 的平赤道和动力学分点, 基本上与 FK5 坐标系相同; (3) 动力学模型如下: (i) 大天体之间的引力在参数化后牛顿 (PPN) 框架^[20] 里考虑, 运动方程里包括两个 PPN 参数 γ 和 β ; (ii) 考虑了地球和月球的形状摄动, 地球到 4 阶带谐而月球到 4 阶带谐和 3 阶田谐; (iii) 考虑了地球潮汐造成的月球长期加速度; (4) 除了美国海军天文台 (USNO) 的 6 英寸和 9 英寸子午环从 1911 年起对太阳和大行星作的大量光学观测外, 构造历表时还用现代测距资料, 主要是对内行星的雷达测距资料, 而月球的观测资料完全用 1969 年起的 LLR 资料。这些资料可以精确测定内行星和月球对惯性空间的平均运动; (5) 除了定义常数, 黄经总岁差仍采用 IAU1976 天文常数系统的数值外, 对天文单位、天体质量等常数; 采取用观测资料进行最佳拟合的办法来取值。这些常数值和 IAU1976 天文常数系统中的相应值的差别可见 IERS1992 标准^[21]。

VSOP82 和 ELP2000 历表是法国经度局 1984 年后天文年历编算的依据, 是分析历表, 但各角度量和轨道根数都已给出数值表达式, 也可看为是半分析历表。

对所有大行星间的相互摄动, VSOP82 准到行星质量的三阶, 对木星、土星、天王星和海王星四颗外行星, 相互间的摄动用一种迭代法^[22] 做到 6 阶理论。大行星质量、黄赤交角等基本天文常数采用 IAU1976 天文常数系统的数值, 行星历元根数及其变率则用 DE200 历表拟合。将 1891 年至 2000 年期间的 VSOP82 与 DE200 历表相比较, 最大的差别应当是黄经, 水星的差别小于 2mas, 金星和地球小于 10mas, 火星和天王星小于 20mas, 木星、土星和海王星在 100mas 以内。

ELP2000 也是一个半分析的理论,除在牛顿引力作用下太阳、地球和月球作为质点构成的主问题外,考虑了各种摄动因素,诸如地球和月球的形状摄动,包括天平动在内,行星对月球的直接和间接摄动,相对论摄动潮汐效应。常数系统的构成与 VSOP82 类似,即采纳 IAU1976 天文常数系统,而月球历元根数等则用 LE200 数值历表进行拟合。在 1900 年至 2000 年的一个世纪里与 LE200 的比较表明,黄经差不超过 11mas,黄纬差不超过 6mas,而地月距离差在 15m 以内。

VSOP82/ELP2000 和 DE200/LE200 都采用 J2000.0 平赤道坐标系,但分点的定义有一个微小的差别,在比较时值得注意。Standish^[23] 在研究黄道的定义时,发现 Newcomb 定义的黄道和 Leverrier 的黄道有差别,前者被 Standish 称为旋转意义下的动力学黄道,后者称为惯性意义下的动力学黄道。从而相应有两个动力学分点,在 J2000.0 时依序记为 $\gamma_R(2000)$ 和 $\gamma_I(2000)$,两者间的距离为 $0''.09366$ 。DE200/LE200 用 $\gamma_R(2000)$ 而 VSOP82/ELP2000 用 $\gamma_I(2000)$,两者的黄赤交角也有差别,前者要大 $0''.00334$ 。注意 IAU1976 天文常数系统中,用的是 Newcomb 的黄道定义。

3 ZG89 和 KS90 刚体地球章动理论

表 1 比较 ZG89 和 KS90 两种刚体地球章动理论,可以看到两者精度的取舍是相同的,都是 0.005mas,两者黄经主章动项系数 $\Delta\psi_1$ 之差在 0.1mas 左右,而交角主章动项系数之差为 0.01mas,其量级都在规定的范围以内。两个理论的建立方式有很大的不同。KS90 的建立方式则和 K77 完全相同,只是考虑了行星等更多的摄动因素,并把摄动理论严格地进行到二阶。ZG89 没有独立而系统地建立章动理论,只是改进了已发现的 K77 理论的一些错误。至于因精度提高而需增加的项,ZG89 用 Melchior^[24] 关于周日潮汐波和章动之间对应关系的著名结论:若记 ω 为周期等于 1 恒星日的频率,则频率为 $\omega + \Delta\omega$ 和 $\omega - \Delta\omega$ 的两个周日潮汐波对应一个频率为 $\Delta\omega$ 的章动项,其系数也可从这两个潮汐波的振幅算出。ZG89 用郗钦文等人^[25] 给出的潮汐波系列导出章动系列。由于 ZG89 没有计算大行星引起的章动项和月地相互作用位函数中的三阶带谐项 J_3 等小项,它包含的项数要比 KS90 少得多,也没有相位外章动项,显然不如 KS90 完整。下文中主要对 KS90 进行评述。

表 1 ZG89 和 KS90 的比较

	ZG89	KS90
理论精度	0.005mas	0.005mas
对 K77 中问题的纠正	部分改正	系统改正
是否包括行星引起的章动项	否	是
建立方式	借助固体潮展开式	独立进行理论展开
项数	262	黄经 413, 交角 230
有否相位外章动项	无	有
$\Delta\psi_1$ 振幅	-17281.95mas	-17281.798mas
$\Delta\epsilon_1$ 振幅	9228.56mas	9228.570mas

表 2 对 K77 和 KS90 章动理论进行比较。从中可见两者采用相同的理论方法和常数系

统, 但用不同的精度和历表。由于理论精度提高一个量级, 做到二阶和考虑更多的摄动因素, KS90 的项数要多得多。两者差别的最大项来自月球引起的二阶章动, K77 未予以考虑, 其主要项为

$$\Delta\psi = -0.433 \sin \Omega + 1.191 \sin 2\Omega + \dots$$

$$\Delta\varepsilon = 0.102 \cos \Omega - 0.227 \cos 2\Omega + \dots$$

单位是 mas。显然, 对 9.3 年项振幅可达 1mas。在 KS90 最后结果的陈列中, 有两点是值得注意的: (1) 行星引起的章动及地球位函数 J_3 项引起的章动都有相位外项, 即黄经章动中有余弦项而交角章动中有正弦项, 这在刚体地球章动理论中是第一次; (2) 由于行星引起的章动不能忽略, 章动变量引数除源于月球和太阳的 l, l_s, F, D, Ω 外, 还要出现金星、地球、火星、木星和土星的平黄经。此外, 地球的非旋转对称造成另一个角引数: 地球赤道半长轴处的地方恒星时。

表 2 K77 和 KS90 的比较

	K77	K90
理论方法	Andoyer 变量和 Hori 变换	同左
精度	0.05mas	0.005mas
历表	改进的 Brown 表	VSOP82/ELP2000
天文常数系统	IAU1976	同左
月球一阶章动项数	101	黄经 150, 交角 164
太阳一阶章动项数	5	黄经 11, 交角 8
地球三轴性项数	0	黄经 7, 交角 3
行星引起章动项数	0	黄经 136, 交角 51
J_3 章动项数	0	黄经 6, 交角 3
月球二阶章动	0	黄经 7, 交角 7

表 3 K77 与 KS90 中部分项系数之差

项	$\delta(\Delta\psi)(\text{mas})$	
	KS90 - K77	KS90 - K77
Ω	-0.26	0.91
2Ω	1.17	-0.22
3Ω	-0.022	0.010
$2F - 2D + \Omega$	-0.089	0.098
$2F - 2D + 3\Omega$	0.117	-0.028
$2F + \Omega$	0.031	0.017
$2F + 3\Omega$	0.019	-0.003

表 3 展示 KS90 和 K77 一些章动项系数之差。再次表明两者之差可达到 1mas。

4 对 KS90 理论的讨论和修正

如引言中所述, KS90 理论出现以后, 各种评论都是肯定的, 认为它将是未来 IAU 章动系列的基础, 但也提出了一些修正意见。本节中介绍对 KS90 理论的研究和讨论。

4.1 KS90 与数值积分的比较

Souchay & Kinoshita^[26] 将 KS90 和数值积分相比较, 发现由月日引起的黄经章动和交角章动两者之差不超过 0.1mas, 行星引起的章动两者差小于 0.01mas, 而 K77 与数值积分的差却要大一个量级以上。Hartmann & Soffel^[27] 计算了行星力矩直接引起的章动, 结果与 KS90 的差别也不超过 0.01mas。

4.2 测地章动

KS90 是完全建立在牛顿力学框架之上的, 似应讨论广义相对论会引入什么样的效应。Voinov^[28] 讨论了在广义相对论框架下, 地轴章动应有的附加项, 现只列出系数最大的周期为 18.6yr 的项

$$\Delta\psi = 17''.0 \times 10^{-8} \sin \Omega$$

$$\Delta\epsilon = 9''.1 \times 10^{-8} \cos \Omega$$

显然量级太小, 完全不用考虑。可是, 因太阳引力引起的在地球附近空间的弯曲, 即使地球不受任何外力矩的作用, 地球绕太阳公转一周回到原处后, 地轴相对恒星空间的指向并不回到原处。地轴相对恒星参考系的这一运动中的长期部分就是著名的测地岁差, 大小为每世纪 $1''.92$, 已在岁差归算理论中予以考虑^[29,30]。它的周期部分可称为测地章动, 过去是予以忽略的。Fukushima^[31] 指出, 对于极高精度的观测, 测地章动应当予以考虑。在 KS90 理论的精度下, 只需考虑黄经测地章动

$$\Delta\psi_s = -0''.000153 \sin l_s$$

这里 l_s 是太阳的平近点角。这一项应当加到 IAU 章动系列中去。关于测地章动和测地岁差的推导, 亦可参阅文献 [32]。

4.3 行星引起的章动附加项

1994 年 Williams^[33] 发表了一篇讨论黄赤交角变率、岁差和章动的重要文章, 涉及到 KS90 章动理论的一些修正。本段和下段中将阐明他的主要观点。

白道与黄道成约 5° 的角, 在太阳摄动的作用下, 白道与黄道的交点以 18.6yr 为周期沿黄道西退, 去除这些效应之后可大致认为白道的平均轨迹就是黄道。Williams 指出至少有两个因素使白道的平均轨迹与黄道不相重合。首先, 地球形状主要是 J_2 项产生的摄动使白道也要以赤道为基本平面作进动, 造成白道的平均轨迹与黄道有 $8''$ 的倾角。第二个因素是行星的摄动使黄道面在空间运动, 即所谓行星岁差。白道并不严格地在运动的黄道上作进动, 这个因素造成白道的平均轨迹对黄道有 $1''.4$ 的倾斜。这两个因素自然都影响月球的黄纬, 从而改变月球对地球的作用力矩, 也就影响了岁差章动。Williams 认为 KS90 章动系列包含了 J_2 效应, 但没有包含行星效应。KS90 的作者们肯定了这一看法^[34]。所以, 以下的项应当作为 KS90 的补充^[33]:

$$\Delta\psi = -0.0301 \sin \Omega + 0.1366 \cos \Omega$$

$$\Delta\epsilon = 0.0029 \cos \Omega - 0.0277 \sin \Omega$$

这里单位是 mas。显见包含了相位外项。

4.4 岁差值变动对章动的影响

自 K77 理论之后, 章动常数已不再是一个独立的由观测定出的常数。章动项系数中有一个比例因子是地球力学扁率 H_d , 它是由黄经总岁差等观测常数决定的。近年来 LLR 和 VLBI 观测资料的分析表明, IAU1976 天文常数系统的黄经总岁差值应当减少每年 $3\text{mas}^{[35-37]}$ 。在 1994 年 IAU 第 22 届大会关于章动的专题讨论会上, 与会专家认为 VLBI 的观测年数还太短, 不足以很好地分离岁差和长周期章动, 所以改变岁差常数数值的时机尚未成熟。显然, 如果岁差常数变动, 那么 H_d 的取值从而整个章动系列都要变化。

Willams^[33] 还指出, 在 KS90 中用于定 H_d 值的岁差理论表达式中, 没有包括上段中所讲由行星摄动引起月球轨道倾斜而造成的黄经岁差, 它的数量是每年 -0.056mas , 这也会影响 H_d 的取值。此外, 由于白道的平均轨迹不是黄道, 也会造成黄赤交角有一个长期变率, 在 J2000.0, 其值是每年 -0.254mas , 这一效应也没有包括在 Lieske 等人^[29] 计算的行星岁差里, 也需予以改正。Woolard^[4] 曾经认识到月球的力矩可引起黄赤交角的长期变化, 列出上述数值, 而 Kinoshita^[2] 却误以为是 Woolard 的一个错误。

综合以上因素, Willams^[33] 重新计算章动系列的数值。他采用新的岁差常数值为每年 $50''.287700$, 用 DE245^[38] 给出的黄赤交角等天文常数值, 考虑了行星引起的月球轨道面的倾斜, 定出

$$H_d = 0.0032737634$$

从而他认为 KS90 章动系列的每一项系数都应乘以因子 0.99993782 。

5 结 论

如前所述, KS90 是一个相当完备的刚体地球章动理论, 它只需作本文第 4 段提到的一些小小的修正。未来的 IAU 章动系列应当以 KS90 为基础。当然, 它的常数系统特别是岁差常数有可能更改, 因而它对应的章动系列可能会有微小的修正。现在 IAU 之所以不能定义新的章动系列, 完全在于还没有一个能反映实际地球的理论模型, 它要考虑地幔的非弹性, 有海洋, 考虑核幔相互作用等等。关于新的章动系列的讨论可见文献^[37]。从他们的讨论可见, 目前能与观测符合得比较好的章动系列都不是纯理论的, 而是用或部分地用 VLBI/LLR 资料拟合的。可是, 未来的 IAU 章动系列应当是一个自洽的理论系列。

参 考 文 献

- [1] Seidelmann P K. *Celes. Mech.*, 1982, 27: 79
- [2] Kinoshita H. *Celes. Mech.*, 1977, 15: 277
- [3] Wahr J M. Ph. D. thesis, Boulder, Colorado: Univ. of Colorado, 1979
- [4] Woolard E W. In: *Astronomical papers for the american ephemeris and nautical almanac XV, Pt.1*. U.S.Government Printing Office, 1953
- [5] Brown E W. *Tables of the motion of the Moon*. New Haven, CT: Yale University Press, 1919
- [6] Eckert W J, Walker M J, Eckert D. A. J., 1966, 71: 314
- [7] 张承志, 夏一飞. *天体测量学*. 北京: 高等教育出版社, 1986, 195
- [8] Andoyer H. *Cours de Mécanique Celeste*. [s.l.]: Ctauthier-Villars, 1923, 1: 54
- [9] Hori G. *Publ. Astron. Soc. Japan*, 1966, 18: 287
- [10] 黄天衣. 刚体地球自转理论. 南京: 南京大学天文系讲义, 1980

- [11] Vondrak J. Bull. Astr. Inst. Czechosl., 1983, 33: 26
- [12] Vondrak J. Bull. Astr. Inst. Czechosl., 1983, 34: 184
- [13] Vondrak J. Bull. Astr. Inst. Czechosl., 1983, 34: 311
- [14] Kubo Y. Celes. Mech., 1982, 26: 96
- [15] Bretagnon P. Astron. Astrophys., 1982, 114: 278
- [16] Chapront-Touzé M, Chapront J. Astron. Astrophys., 1983, 124: 50
- [17] Zhu Shengyuan, Groten E. A.J., 1989, 98: 1104
- [18] Kinoshita H, Souchay J. Celes. Mech. Dyn. Astron., 1990, 48: 187
- [19] McCarthy D, Dehant V. IAU/WGAS Circular No.103, 1994
- [20] Will C M. Theory and experiment in gravitational physics, revised edition. New York: Cambridge University Press, 1993
- [21] McCarthy D. IERS Technical Notes 13, Paris: Observatoire de Paris, 1992
- [22] Bretagnon P. Astron. Astrophys., 1981, 101: 342
- [23] Standish E M. Astron. Astrophys., 1981, 101: L17
- [24] Melchior P. The tides of the planet Earth, 2nd ed. [s.l.]: Pergamon, 1983
- [25] Xi Qinwen, Hou Tianhang. Acta Geophys. Sinica, 1987, 30: 349
- [26] Souchay J, Kinoshita H. Celes. Mech. Dyn. Astron., 1991, 52: 45
- [27] Hartmann T, Soffel M. A. J., 1994, 108: 1115
- [28] Voinov A V. Celes. Mech., 1987, 42: 293
- [29] Lieske J H, Lederle T, Fricke W *et al.* Astron. Astrophys., 1977, 58: 1
- [30] Zhang Hui, Huang Tianyi, Xu Bangxin. Scientia Sinica Series A, 1988, 31 : 979
- [31] Fukushima T. Astron. Astrophys., 1991, 244: L11
- [32] 李令怀, 黄天衣. 紫金山天文台台刊, 1992, 11: 27
- [33] Williams J. G. A. J., 1994, 108: 711
- [34] Souchay J, Kinoshita H. IAU/WGAS Circular No.102, 1994
- [35] Williams J G, Newhall X X, Dickey J. O. Astron. Astrophys., 1991, 241 : L9
- [36] Herring T A, Buffet B A, Mathews P M *et al.* J. Geophys. Res., 1991, 8259
- [37] Charlot P, Sovers O J, Williams J G *et al.* A. J., 1995, 109: 418
- [38] Newhall X X, Standish E M, Williams J G. DE245 ephemeris of the planets and Moon, 1993

(责任编辑 刘金铭)

Nutation Theory of a Rigid Earth

Huang Tianyi

(Department of Astronomy, Nanjing University, Nanjing 210093)

Abstract

The recent nutation theories are introduced and compared with each other among them. The future IAU nutation series might be based on KS90 theory (Kinoshita & Souchay, 1990), which is given the special attention and comments, including its dynamic factors, its adopted ephemerides, system of constants and its improvement on K77 theory (Kinoshita, 1977). It is also pointed out that some minor revisions should be considered in KS90.

Key words Earth—astrometry—ephemerides—celestial mechanics