

日震反演方法进展

张 晶 李 如 风

(中国科学院云南天文台 昆明 650011)

摘 要

在科学研究中,反演方法正受到越来越多的重视。其发展速度如此之快,以至于几乎所有的现代计算方法都被用于这一领域。本文回顾了日震学中反演方法的发展,并对其中的各种方法进行了比较。通过这些讨论,我们得到这样的结论:日震反演方法对于求解太阳内部和太阳外层问题都是一个强有力的工具。

1 前 言

日震学是近十年来在太阳物理领域发展最快的学科之一,而其中的反演方法对这一学科的发展起着举足轻重的作用。日震学反演方法使得我们能观测到的日震频率来推知太阳内部的物理参数(声速、角速度和密度等)。由于人类至今还没有办法直接观测太阳和恒星的内部情况,而日震学反演方法能从观测数据推知太阳内部信息,因此它对天文学的发展有着特殊的意义。日震学反演方法可以分为三类^[1]。最简单的一类是实现使用带可调参数的太阳模型的正演问题,这些参数通过拟合理论和观测来校准,这一方法广泛用于日震学的早期,在天文学家用合理的理论解释日震观测现象的同时,也就等于实现了这种直接反演方法,有人^[2]把这类反演方法叫反演摄动。第二类日震反演方法叫渐近反演法,也称为分析方法,这一方法的特点是对模型校准和对下面第三种方法的技术可以提供更深刻的了解,特别是这一方法可以告知哪些参数可以被校准和如何有效处理数据。它还可以推出通过正规技术可能得到什么太阳结构。渐近反演方法是相对于日震学渐近 WKB 方法而提出的,它应用了 Cowling 近似^[3],理论上讲只对高阶震动模式才实用,也有人^[4]经过特殊处理后,把它用于中低阶 P 模式震动。这一方法主要用于反演太阳内部声速, Shibahashi^[5]用这个方法推算了太阳内部密度。第三类日震反演方法是从地球物理借用的标准反演方法,也是目前应用最广泛的方法,这是因为它是一种数值方法,便于用计算机进行处理。另一个原因是对日震学而言它是一种现成的方法,地球物理学家已比日震学家早十多年完善了这一方法。以下我们就根据这三类方法来回顾日震反演方法的发展。

2 发展回顾

太阳震动现象发现于 60 年代初期^[6,7],但从 1960 年到 1970 年这十年间,天文学家

没有找到对这一现象的合理解释, 绝大部分人在这段时间内认为太阳震动是发生于太阳表面的某种现象, Harvey^[8]把这十年称为日震学的“蒙昧时期”。显然, 这十年也是日震反演方法的“蒙昧时期”, 因为没有对日震现象的合理解释, 也就不可能反演出具有合理性的太阳参数。

Ulrich 和 Leibacher 等人^[9,10]于 70 年代初首次提出太阳 5 分钟振动是由太阳内部的共振声波所致, 从此日震研究走上正轨, 较为合理的早期日震反演结果也随之出现。1975 年德国人 Deubner 得到 5 分钟振动观测的诊断图, 并证明它与 Ando 和 Osaki^[11]用理论计算的太阳 P 模式非径向振动的结果基本上相符, 这一结果是日震学研究的一个里程碑。1976 年 Brookes^[12]提出太阳振动频率的转动分裂, 这说明在解日震正演问题的同时, 可以直接反演出太阳内部角速度。1977 年 Ulrich^[13]用声波理论推知太阳对流层深度。1979 年在 Tucson^[14]召开的一次恒星震动国际会议上, 约有一半文章是关于日震学的, 而其中有 4 篇涉及反演方法, 从这些文章可以看出当时的反演结果主要与太阳对流层深度有关。Unno^[15]和 Cox^[16]著作的出版, 总结了日震正演问题的理论发展, 它们直到今天仍然是太阳振动理论和日震反演方法的基础。1982 年 IAU 第 12 委员会在意识到日震观测的重要性之后作出决定^[17]: 极力支持日震观测国际合作网的建立。GONG 和 IRIS 网则是这一决议的直接结果。1982 年 Duvall^[18]首先得到高阶模频率的核函数, 渐近反演方法引入日震研究; 同年 Gough^[19]引进地球物理反演方法, 他当时用频率分裂数据来反演太阳内部的角速度。这两种方法的引入标志着日震反演方法的诞生。1982 年到 1986 年, 大部分有关日震反演问题的文章都是关于渐近方法的, 说明这一方法在此期间比数值反演方法发展快, 这也许是因为渐近方法是日震学家自己发展起来的。另一个原因则是当时计算机处理数值问题的能力有限而使得数值方法发展不快。Gough^[1]在 1985 年发表了他著名的日震反演文章, 该文总结了日震反演的发展, 并对反演方法进行了分类。1986 年 IAU 第 123 次专题讨论会在丹麦举行, 其主题是“日震与星震”, 会议文集^[20]中有不少是关于日震反演的。到此, 日震学及其反演方法的框架已基本定型。由 Gough^[1]的文章所总结的反演方法, 已经得到一些关于太阳内部的有意义的结果。关于声速, 用不同反演方法得到的结论, 与标准太阳模型比较, 几乎都有类似的结果, 即在 $r \leq 0.3R_{\odot}$ 的区域内, 反演结果与演化模型结果偏差较大, 在 $R_{\odot} \geq r > 0.3R_{\odot}$ 的区域内, 两者则几乎一致。从反演得到的其他有用的结论包括: (1) 可以排除低氦丰度太阳模型; (2) 反演结果倾向于支持太阳的高中微子模型; (3) 能提供太阳内部的转动信息, 尽管结论还不十分令人满意, 但它却是目前唯一的手段。对渐近反演方法, 在 1986 年人们已经广泛注意到 Duvall 相因子随频率的变化, 用射线理论得到的 $L = l + \frac{1}{2}$ 代替 JWKB 方法的 $L = \sqrt{l(l+1)}$ 来解渐近问题也开始受到重视^[21]。Shibahashi^[20]在这一年提出了声波位和声波长度的概念, 他用一种新的渐近反演法得到较深处的太阳声速分布。G 模比 P 模更能反映太阳核心的情况, 这一点早已被接受。1986 年出现了早期的 G 模反演结果^[20]。Gabriel 注意到 G 模的相因子 $\epsilon(\sigma^2, l)$ 对对流层深度非常敏感。同年, 在美国新墨西哥州举行了一次关于太阳内部角速度的会议^[22], 会上就太阳核转动角速度是大于还是小于外层角速度这一问题, 学者们没有得到一致的结论。1988 年以来, 随着 GONG、IRIS 和 SOHO 等地面和空间全球观测网的发展, 日震学的理论研

究也十分活跃。这一期间日震学反演的重要文章主要是在下面三本文集里：Seismology of the Sun and Sun-like Stars, Inside the Sun, Solar Interior and Atmosphere; 除了这三本文集之外，这几年在天文学主要刊物上有关日震学反演方法的文章共有 30 多篇。如果说 1986 年前是渐近反演方法发展的时代，那么 1988 年到现在则是数值反演方法的兴旺时期，这一时期日震学家们试图就太阳内部角速度找到有说服力的结论，尽管至今还没有成功，但日震学数值反演技术在方法和精度上已有明显的改进。虽然这几年反演方法主要的发展是在数值方法方面，但也有一些关于渐近反演的文章^[23,24,25]，其中较有意义的一个方面是解声波二次渐近的非线性反演问题^[23]，而另一种提法是如何求解相函数。用该方法可得到太阳表面层的信息。

3 反演基本方法

从上一节的讨论已知，日震反演方法到 1985 年已基本定型，它由飞速发展的渐近反演法和现成的数值方法构成。我们在这里主要介绍这两种方法的基本思想和数学手段。直接反演方法由于是正演问题的副产品，本文不想提及，尽管由它也可以得到不少有用的结论，但它没有用某种约束条件来限制其结果的不唯一性，从这个意义上讲它还不是我们所说的反演方法。

3.1 渐近反演方法

渐近反演方法取决于本征值问题的正演渐近解。太阳非径向绝热振动本征值问题有两种渐近解：一是 Shibahashi^[26] 的形式，二是 Gough^[1] 所采用的 Lamb 的形式，由于大部分渐近反演文献都是采用 Gough 的方法，这里只讨论这一形式的渐近反演。

3.1.1 渐近解

Gough 的方法假定本征函数的变化远小于平衡态的变化，这一条件当 n 或 l 较大时在太阳的大部分区域都很容易满足。在此条件下，重力势摄动可以忽略，运动方程可以简化成二阶方程。再假设重力 g 和绝热系数 γ 均为常量，振动方程可写为：

$$\frac{d^2\psi}{dr^2} + \kappa^2\psi = 0 \quad (1)$$

这里 $\kappa^2 = (\omega^2 - \omega_c^2)/c^2 + L^2(N^2/\omega^2 - 1)/r^2$ 为波数垂直分量的平方，在 κ^2 的表达式中：

$$\omega_c = \frac{c}{2H}(1 - 2H')^{1/2} \quad (2)$$

H 为密度标高

$$N^2 = g\left(\frac{1}{H} - \frac{g}{c^2}\right) \quad (3)$$

为浮力频率的平方

$$L^2 = l(l+1) \quad (4)$$

κ^2 的表达式为重力声波的局域色散关系，所谓局域表示它与太阳半径值 r 有关。这里所

用的渐近方法类似于量子力学的 WKB 近似法, 由这一方法可导出共振条件:

$$\int_{r_1}^{r_2} \kappa dr = (n + \alpha)\pi \quad (5)$$

r_1, r_2 为 $\kappa=0$ 处的半径值, 在这两点之间 $\kappa^2 > 0$ 。 α 为依赖于 ω 和转折点 r_1, r_2 的太阳平衡态相角。

上式在 ω 较大和较小时的近似很有意义。 ω 大的情况相当于 5 分钟振荡, 在这种情况下上转折点 r_2 很接近太阳表面 R , 对 $\omega \gg N^{[1]}$ 有:

$$\frac{\pi(n + \alpha)}{\omega} = F(w) = \int_{\ln r_1}^{\ln R} a^{-1} \left(1 - \frac{a^2}{w^2}\right)^{1/2} d \ln r \quad (6)$$

这里 $w = \omega/L, a = c/r$ 。对高次 ($n \gg 1$) 模也有类似结果。

3. 1. 2 渐近反演

通过 (6) 式解出 a 与 r 的关系称为解渐近反演问题。设 $F(w)$ 可微, 方程 (6) 可变成 Abel 积分方程, 从而导出 [27]:

$$r = R \exp\left[-\frac{2}{\pi} \int_{a_s}^a (w^{-2} - a^{-2})^{-1/2} \frac{dF}{dw} dw\right] \quad (7)$$

a_s 是 a 在 $r=R$ 时的值, 下转折点 r_1 的值由 F 决定。在忽略浮力和临界声频 ω_c 的影响的条件下, 对 (6) 式取微分可得 [28]:

$$\frac{dF}{dw} = \pi \frac{L^2}{\omega^2} \cdot \frac{\partial \omega / \partial L}{\partial \omega / \partial n} \quad (8)$$

这样, 通过观测的频率对 L 和 n 的灵敏度 $\partial \omega / \partial L$ 和 $\partial \omega / \partial n$ 可以求出 dF/dw , 再由 (7) 式求出 $a(r)$, 由此得到太阳内部声速的分布。

3. 1. 3 较差渐近反演

前面的渐近反演方法可以直接求出声速 c 与太阳半径的关系, 这种反演解虽然不依赖于其他太阳模型, 但由不同的数据给出的解之间相差较大, 特别是在 r 较小时更是如此。为了克服这一困难, 可用下面介绍的较差渐近反演法。在假设摄动量较小的条件下, 对 (6) 式进行微分可得 [21]:

$$S(w) \frac{\delta \omega}{\omega} = \int_{r_1}^R \left(1 - \frac{c^2}{w^2 r^2}\right)^{-1/2} \frac{\delta c}{c} \cdot \frac{dr}{c} + \pi \frac{\delta \alpha}{\omega} \quad (9)$$

这里 $S(w) = \int_{r_1}^R \left(1 - \frac{c^2}{w^2 r^2}\right)^{-1/2} \frac{dr}{c}$, $S(w) \frac{\delta \omega}{\omega}$ 称为单位频率差, 它可以表示为:

$$S(w) \frac{\delta \omega}{\omega} = H_1(w) + H_2(\omega) \quad (10)$$

由频率差通过 (10) 式可求出 $H_1(w)$, 而 H_1 与声速的关系为:

$$H_1(w) = \int_{\ln r_1}^{\ln R} \left(1 - \frac{a^2}{w^2}\right)^{-1/2} \frac{\delta c}{c} \cdot a^{-1} d \ln r \quad (11)$$

反演上式有:

$$\frac{\delta c}{c} = -\frac{2a}{\pi} \frac{d}{d \ln r} \int_{a_s}^a (a^2 - w^2)^{-1/2} H_1(w) dw \quad (12)$$

由此式可求出 δc 。从反演结果来看, 这种方法误差较小, 但它的缺点是必须依赖于已知的太阳模型。

3.2 数值反演

大部分日震学数值反演方法都借用了地球物理学的数值方法, 日震学因此而获得不少有用的结果, 特别是对太阳内部角速度的分布问题, 而这一问题至今还没有其他更可靠的方法来解决。我们下面就角速度问题来讨论日震学中的数值反演方法。

对于球对称层状太阳模型, 由太阳振动而产生的位移可表示为:

$$\vec{\xi}(\mathbf{r}, t) = [\xi_{nl}(r) Y_l^m(\theta, \varphi), \eta_{nl} \frac{\partial Y_l^m(\theta, \varphi)}{\partial \theta}, \frac{\eta_{nl}}{\sin \theta} \frac{\partial Y_l^m(\theta, \varphi)}{\partial \phi}] e^{-i\omega t} \quad (13)$$

(r, θ, ϕ) 是球坐标, Y_l^m 是球谐函数, ω 为模的频率。对于球对称非旋转的太阳, ω 只与 n, l 有关。当太阳有慢速转动时, 振动频率会偏离无转动的 ω_{0nl} , 此时有^[29]:

$$\omega = \omega_{0nl} + m\omega_{1nl}$$

$$\omega_{1nl} = \frac{\int_0^R [(\xi_{nl} - \eta_{nl})^2 + (L^2 - 2)\eta_{nl}] \Omega(r) \rho(r) r^2 dr}{\int_0^R (\xi_{nl}^2 + L^2 \eta_{nl}) \rho r^2 dr} \quad (14)$$

$\Omega(r)$ 为角速度、 $\rho(r)$ 为密度、 $L^2 = l(l+1)$ 。在这里反演问题的提法是: 如何从频率分裂值求出太阳内部角速度。为了方便, 我们用一个角标 i 来代替 n 和 l , (14) 式则变成:

$$\omega_{1i} = \int_0^R K_i(r) \Omega(r) dr \quad i \in M \quad (15)$$

$K_i(r)$ 称为转动核函数, M 为模的集合。由于每个数据都是 Ω 的线性函数, 从这个意义上讲此问题是线性的。以上是角速度反演问题的一般提法, 下面我们来讨论它的各种解。

3.2.1 最优局域平均法

这种方法由 Backus 和 Gilbert^[30]1968 年提出, 它是日震学家广泛使用的一种方法。具体做法是: 对给定的 r_0 构造除了在 r_0 附近之外值都很小的一个函数 $K(r, r_0)$ 其定义为:

$$K(r, r_0) = \sum_i C_i(r_0) K_i(r) \quad (16)$$

$K(r, r_0)$ 满足归一化条件:

$$\int_0^R K(r, r_0) dr = 1 \quad (17)$$

由 $K(r, r_0)$ 的定义可导出:

$$\bar{\Omega}(r_0) = \sum_i C_i(r_0) \omega_{1i} = \int_0^R K(r, r_0) \Omega(r) dr \quad (18)$$

$\bar{\Omega}(r_0)$ 为 Ω 在 r_0 附近的加权平均值。设 ω_{1i} 的误差为高斯分布, 其误差协变矩阵为 E_{ij} , 则 $\bar{\Omega}$ 的标准差为:

$$\left[\sum_{ij} E_{ij} C_i(r_0) C_j(r_0) \right]^{1/2} \quad (19)$$

如观测数据有相同的标准差 σ , 则 $E_{ij} = \sigma^2 \delta_{ij}$, (19) 式变为:

$$\sigma \left[\sum_i [C_i(r_0)]^2 \right]^{1/2} = \sigma \Lambda \quad (20)$$

由上式可知, 通过反演, 误差放大系数为 Λ 。数值反演的不同方法是用不同手段来选择 (16) 式中的 $C_i(r_0)$, 使得最后的反演结果在误差放大和核函数的分辨率之间达到合理的妥协。最优局域平均法取以 r_0 为中心的单调递增函数 $J(r, r_0) = 12(r - r_0)^2/R$, 定义 $K(r, r_0)$ 的谱为:

$$S = \int_0^R [K(r, r_0)]^2 J(r, r_0) dr = \sum_{ij} C_i C_j \int_0^R K_i(r) K_j(r) J(r, r_0) dr \quad (21)$$

在归一化条件下, 选择适当的 θ 值, 求下式的极小值:

$$S \cos \theta + U \sin \theta \sum_{ij} E_{ij} C_i(r_0) C_j(r_0) \quad (22)$$

θ 值决定了分辨率和误差放大的关系, 例如, 取 $\theta=0$ 表示不考虑误差放大问题。(22) 式中 U 只是 θ 的函数。

3. 2. 2 带二阶导数平滑的最小二乘法和谱展开

这一方法的基本思想是^[31]: 选一系列基函数 $\varphi_j(r)$ ($j=1, \dots, N$), 构造角速度的估计值:

$$\bar{\Omega}(r) = \sum_{j=1}^N \bar{\Omega}_j \varphi_j(r) \quad (23)$$

它使得下式取极小:

$$\sum_i \left[\omega_{1i} - \int_0^R K_i(r) \bar{\Omega}(r) dr \right]^2 \quad (24)$$

(23) 式中的基函数 φ_j 通常取为如下的碎片常函数形式:

$$\varphi_j = \begin{cases} 1 & x_{j-1} < r < x_j \\ 0 & \text{其他地方} \end{cases} \quad j = 1, \dots, N$$

同样, 为了在误差和分辨率之间找到某种平衡, 还应有一个调节参数, 一般做法是在 (24) 式后面加上一平滑 $\bar{\Omega}$ 的项, 这样 (24) 式变为:

$$\sum_i \left[\omega_{1i} - \sum_{j=1}^N \int_0^R K_i(r) \varphi_j(r) dr \right]^2 + \mu \sum_{j=1}^N \left(\sum_{k=1}^N G_{jk} \bar{\Omega}_k \right) \quad (25)$$

反演问题归结为对上式求极小值, μ 则是决定误差与分辨率的因子, 记 $B_{ij} = \int_0^R K_i(r) \varphi_j(r) dr$, 对 (25) 式求 $\bar{\Omega}_j$ 的微分, 令微分结果为零可得:

$$\sum_{j=1}^N A_{kj} \bar{\Omega}_j = \sum_i (B^T)_{ki} \omega_{1i} \quad (26)$$

这里 $A = B^T B + \mu G^T G$, T 表示矩阵的转置, 最后有:

$$\bar{\Omega}(r_0) = \sum_i C_i(r_0) \omega_{1i} \quad (27)$$

由此可解出 $C_i(r_0)$ 。

与这一方法类似的另一种方法叫谱展开, 它也是由 Backus 和 Gilbert 提出的, 其基本思想是: 对于给定的模, 频率分裂与正交于核函数的 Ω 无关, 即:

$$\int_0^R \Omega_{\perp}(r) K_i(r) dr = 0$$

用前面的符号, 展开的基函数可选为 $\varphi_i = K_i$, 同理可得:

$$C_i(r_0) = \sum_{j=1}^N K_j(r_0) (B^{-1})_{ji} \quad (28)$$

根据上面的讨论可知, 由于误差放大和反演不唯一性两个原因, 日震学反演问题等价于某种极值问题, 用计算数学的话来讲就是约束条件下的最优化问题。我们将在下面结合反演结果, 对各种反演方法进行评述。

4 反演结果

日震学反演方法近几年的发展很快, 其主要原因是由反演方法我们能推知太阳内部的情况。在日震学之前, 只有恒星演化理论能提供太阳的内部结构信息, 而日震学反演法可以以其特殊的方式来校准和改进太阳模型。通过振动频率, 我们已经可以“看见”太阳内部的层状结构、内部旋转、氦丰度、密度分布、内部磁场, 甚至太阳内部随峰年的微小变化。根据统计^[8], 日震学文章发表量在近几年每4年番一番, 这几乎比天文学其他领域用的时间都要短, 由此可见日震学的发展速度, 从观测数据来看, 现今我们已观测到几千个太阳振动频率, 而且精度高达 10^{-5} ^[32], 在这样高的观测精度下, 就要求

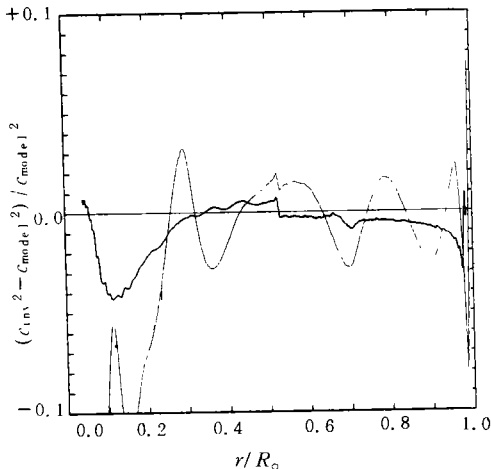


图1 声速平方的相对误差, 图中粗线是由 Sekii 的反演法得到, 而细线则由 Gough 的方法求出^[26]

有高精度的反演方法来计算太阳的内部结构。由于到现在为止反演的精度要比观测数据低两个量级, 众多文章的目标在于改进约束条件和算法以求提高反演精度。

由于反演方法的广泛性和太阳震动数据的增多, 这几年用日震反演方法得到的太阳内部情况是多方面的, 但其主要焦点仍然是内部声速和较差旋转问题。从绝对渐近反演得到的太阳内部声速的相对误差, 在 $r < 0.3R$ 和 $r > 0.9R$ 两个区域为 5%—10%, 在其他区域为 1%—2%, 这可从图 1 看出。

图 2 给出的则是较差渐近反演结果, 从图中可以看出其精度远高于绝对反演结果, 在区域 $0.2R < r < 0.95R$ 内相对误差小于 1%。Dziembowski^[33] 用非渐近方法得到的相对声速平方差也有类似的结果 (见图 3)。较差旋转的结果仍然是各不相同, 有代表意义的是 Christensen-Dalsgaard 等人^[34] 用各种反演方法得到的结果。对于 5 分钟振动, 他们用三种方法得到的 $r > 0.3R$ 的角速度基本上一致 (见图 4)。另外, 他们用高阶 P 模和 f 模数据得出在 $0.960R < r < 0.995R$ 内的较差旋转分布。根据上面的结果, 无论是声速还是较差旋转, 日震反演方法对太阳核心和外层的结论都有明显的不一致性, 人们正设法通过 g 模反演和算法的改进来改变这种状况。

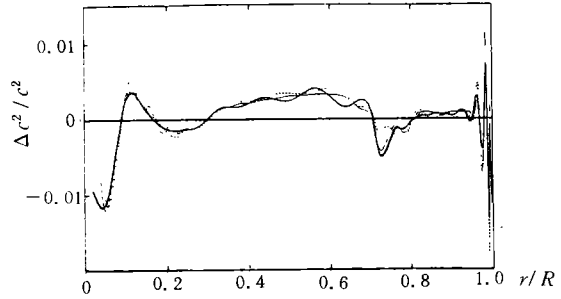


图 2 由较差渐近反演求得的声速平方相对误差, 图中 3 条曲线对应不同的太阳模型^[21]

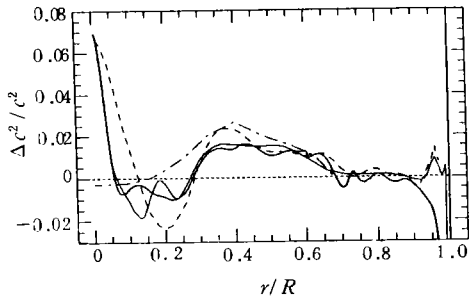


图 3 图中粗线为 Dziembowski 文章中求出的结果, 其他曲线为 Gough 等人的算法的结果^[33]

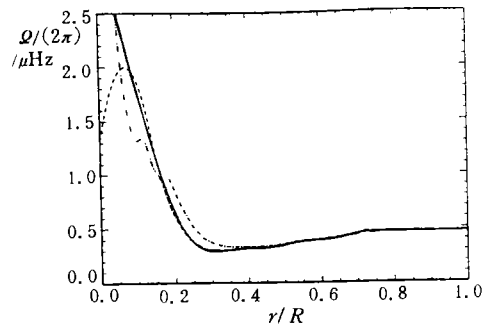


图 4 用 $l=1$ 到 200 的 834 个 5 分钟 P 模得到的 $\Omega(r)$ 图。(---) 是由平均核决定的基准旋转, (— · — · —) 表示由最优局域平均法得到的结果, (—) 表示最小二乘法, (·····) 表示渐近法

参 考 文 献

- [1] Gough G. *Solar Phys.*, 1985, 100: 65
- [2] Yeming Gu. Doctoral dissertation, Tucson: University of Arizona, private communication, 1992
- [3] Unno W *et al.* Nonradial oscillations of stars. Tokyo: Univ. of Tokyo Press, 1979
- [4] Sekii T *et al.* In: Cox AN *et al* eds. *Stellar pulsation*. Berlin: Springer-Verlag, 1987. 322
- [5] Shibahashi H. *Solar Phys.*, 1991, 133: 117
- [6] Leighton R B. In: Thomas R N ed. *Proc. of IAU symp. No.12, Verana, Italy, 1960, Dordrecht: Reidel, 1962: 321*
- [7] Noyes R W *et al.* *Ap. J.*, 1962, 135: 474
- [8] Harvey J W. In: Osaki Y ed. *Progress of seismology of the sun and stars*, Tokyo: Univ. of Tokyo Press, 1990. 115
- [9] Ulrich R K. *Ap. J.*, 1970, 62: 993
- [10] Leibacher J W *et al.* *Astrophysics Letter*, 1971, 7: 191
- [11] Ando H, Osaki Y. *Publ. Astron. Soc. Jpn.*, 1975, 27: 581
- [12] Brookes J R *et al.* *Nature*, 1976, 259: 92
- [13] Ulrich R K *et al.* *Ap. J.*, 1977, 218: 521
- [14] Hill H A ed. *Nonradial and nonlinear stellar pulsation*. Berlin: Springer-Verlag, 1979
- [15] Unno W *et al.* *Nonradial oscillations of stars*. Tokyo: Univ. Tokyo Press, 1979
- [16] Cox J P. *Theory of stellar pulsation*. Princeton: Princeton Univ. Press, 1980
- [17] Fossat E. *Solar Phys.*, 1980, 133: 1
- [18] Duvall Jr T L. *Nature*, 1982, 300: 242
- [19] Gough D O. *Nature*, 1982, 298: 334
- [20] Christensen-Dalsgaard J, Frandsen S *et al* eds. *Advances in helio-and asteroseismology*, Proc. of IAU symp. No.123, Aarhus, Denmark, 1986
- [21] Christensen-Dalsgaard J *et al.* *M. N. R. A. S.*, 1989, 238: 481
- [22] Durnty B R *et al* eds. *The internal solar angular velocity*. Dordrecht: Reidel, 1987
- [23] Vorontsov S V, Shibahashi H. *Publ. Astron. Soc. Jpn.*, 1991, 43: 739
- [24] Gray P. A. J., 1992, 391: 845
- [25] Braun D C *et al.* *A. J.*, 1992, 392: 739
- [26] Shibahashi H, Sekii T. *Publ. Astron. Soc. Jpn.*, 1989 41: 311
- [27] Brodsky M A *et al.* *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 1979, 58: 631
- [28] Brodsky M A, Vorontsov S V. In: Christensen-Dalsgaard J, Frandsen S eds. *Advances in helio- and asteroseismology*, Proc. IAU symp. No.123, Aarhus, Denmark, 1986, Dordrecht: Reidel, 1988: 137
- [29] Gough D O. *M. N. R. A. S.*, 1981, 196: 731
- [30] Backus G, Gilbert F. *Geophys. J. R.*, 1968, 16: 169
- [31] Duvall T L *et al.* *Nature*, 1984, 310: 22
- [32] Christensen-Dalsgaard J *et al.* *Solar Phys.*, 1983, 82: 165
- [33] Dzimowski W A. *M. N. R. A. S.*, 1990, 244: 542
- [34] Christensen- Dalsgaard J. *M. N. R. A. S.*, 1990, 242: 353

(责任编辑 刘金铭)

Progress in Helioseismology Inversion Methods

Zhang Jing Li Rufeng

(Yunnan Observatory, The Chinese Academy of Sciences, Kunming 650011)

Abstract

Inversion methods are paid more and more attention in scientific research. Their development is so rapid that almost all modern computational methods are introduced in this field. In this paper, the development of these methods in the field of helioseismology is reviewed, and the processing methods are compared in detail. According to our discussion, it is concluded that helioseismology inversion methods will be used as a powerful tool to solve some problems of the outer and inner parts of the Sun in the near future.