

地球内部结构模型综述

张焕志

(中国科学院北京天文台)

提 要

本文综合介绍了地球内部结构模型的基本知识和最新研究成果。考虑天文界的情况, 过分专业化的内容没有陈述。代之, 收集了一些有代表性或总结性的文献供大家参考。

地球模型有两类。一类来自人卫测地, 叫地球重力场(或地球形状)模型, 主要有史密松天体物理台的标准地球模型(SAO-SEn)和哥达德宇航中心的地球模型(GSFC-GEMn)两种, 还有其他一些。另一类来自地震学, 叫地球内部结构模型。本文介绍的是后者。

在许多天文、地球物理的理论问题中必须知道地球的内部结构。如天文学中的受迫章动、周日章动; 钱德勒摆动(又称自由章动)的地震激发; 测地学中的固体潮理论; 地球物理中的弹性位错理论; 面波传播和自由振荡周期等, 全都以地球模型作为计算依据。

地震学是研究地球内部结构的主要手段。但有时也利用到固体潮、热力学、固态物理、岩石的高温高压实验和冲击实验、行星物理、地质证据和地球化学等方面的知识。五十年代末开始, 地震学的一种新手段——自由振荡迅速出现。这已成为今天研究和改进地球模型的最有活力的工具。

一、简要的历史回顾*

如果要划一条界线, 那么, 近代地球模型的研究应从十七世纪算起。1669年, 法国人 Picard 用望远镜通过对仙后座恒星的观测推断巴黎附近地面每度弧长为 57060 托依斯(toise), 相当于 111.2 公里。可以说, 这是人类第一次知道了地球的真实大小。十七世纪, 由于伽利略的单摆实验和力学理论与牛顿的三大运动定律和万有引力定律的创立, 大家开始通过测量重力加速度来推算地球的 GM 值, 从而弄清地球的质量和平均密度。1673 年, 惠更斯根据当时的行星目视观测事实, 提出了自转离心力使行星变扁的见解。牛顿借此思想用均质流体状地球模型建立了行星的扁度方程, 从而首次算出了地球的扁率为 1/230。1743 年, Clairaut 发表了地球形状的流体静力学理论, 确立了地球内部各等密度面的扁率方程:

$$\frac{d^2e}{dr^2} + \left(\frac{6}{r} + \frac{2}{\rho_r} \frac{d\rho_r}{dr} \right) \frac{de}{dr} + \frac{2e}{r\rho_r} \frac{d\rho_r}{dr} = 0,$$

1983年8月23日收到。

* 在本节中, 早期文献不引出, 详细可见 Bullen 著: *The Earth's density* (1975)。

式中 ρ_r 是平均半径为 r 的椭球内的平均密度。为了求解 e ,必须知道 ρ 随 r 的分布。十八世纪末和十九世纪初,不少著名数学家(包括Laplace, Legendre)为解此方程而孜孜不倦,从而提出了一些早期的地球内部密度理论模型。其中Roche定律(1948) $\rho = \rho_0(1 - \beta r^2)$ 在现代文献中有时还出现。1891年, Tisseran 首先算出了地球中心密度的下限 $\rho_0 \geq 7.07$ 克/厘米³。1896年, Wiechert 根据外层和核心部分的密度相差太大的概念提出了中心区为金属、外围为固体的看法。这是第一个二层模型。他令外层密度已知,求出了中心区的平均密度。

此后,由于地震学迅速发展,测地与地球物理明显“分家”。现代地球模型便应运而生。1906年Oldham 从地震观测中发现,角距(震中与台站对中心的张角)超过120°的地震波来得太迟,可见震波在中心部分的速度较慢。他用此方法估计了地核的半径(1600公里左右)。差不多同时,地震工作者发现在地幔内到处都存在P和S波,由此确定它是固态;在地幔以下,S波不见,可知中央区呈熔融状态。1907年, Zöppritz 对几个震相制作了世界上第一个走时表。1909年, Mohorovičić 在南斯拉夫发现P波速度在54公里的深度上激增,后来发现,这是世界性的,称为Moho不连续面,也就是地壳和地幔的界面。1914年, Gutenberg 继承和发展了Oldham, Wiechert 和 Zöpprite 的工作,求出核幔界面的深度是2900公里左右。1936年, Lehmann 仔细分析了地震波资料,认为地核起码分为内核和外核两部分。1939年, Jeffreys 求出核幔边界的深度为 2898 ± 3 公里,内核半径是1250公里左右。这就大致形成了今天关于地球内部的总图样。

本世纪三十年代,欧洲的 Jeffreys 和 Bullen 与美国的 Gutenberg 和 Richter 已成为地震学的两大支柱,他们都制订了精确的走时表(Jeffreys和 Bullen, 1935, 1940; Jeffreys, 1939a, b; Gutenberg 和 Richter, 1934-39)^[1-5],为进一步研究内部结构奠定了坚实的基础。1936年以后,在长达20—30年的时间里, Bullen 先后建立了他的A(1940, 1942)^[6, 7], A', A''(1950, 1952)^[8, 9](后来又称B模型), B₁(1967, 1968)^[10, 11], B₂, HB₁(1967, 1969)^[12, 13]等模型。除HB₁外,全部利用体波走时资料和 $k-p$ 关系。亦可见Bullen(1975)^[14]。

另方面, Gutenberg (1951)^[15], Birch(1952, 1961, 1963, 1969)^[16-19], Bullarn (1957)^[20]也作出了各自的贡献。这大概是体波时期的情况。

从本世纪五十年代起,电子计算机迅速发展,地震仪器的制作技术也有了重大进展。1952年, Benioff 与 Press 发明了一种极灵敏的长周期地震仪。此时,不但能记录周期为1秒量级的体波,而且能记录周期为10秒至1000秒量级的面波,乃至周期在1小时以内的自由振荡。Benioff 等(1954)^[21]第一次提出他们可能记录到1952年11月堪察加大地震激励的地球自由振荡 ${}_0S_2$ 。1960年的智利大地震为这方面的研究提供了大好机会,从此便开创了“地球模型”的新纪元。早期的观测研究有(MacDonald 等, 1961; Ness 等, 1961; 竹内(Takeuchi)等, 1962; Nowroozi, 1965; Slichter, 1967)^[22-26]。早期的理论有(Pekeris 等, 1958; Alterman 等, 1959)^[27-28]。阅读这些文献对入门的人是有益的。

技术进步,手段增加,资料丰富,理论发展,计算工具方便以及姊妹学科的需要,自然地促使模型研究进入新的高度。在1971年IUGG莫斯科全会期间的固体潮学术会议上,大家的讨论导致成立了一个由IAG和IASPEI(国际地震学和地球内部物理学协会)成员组成的工作组:“标准地球模型委员会(Dziewonski 和 Anderson, 1981)^[29]。Bullen和Lapwood教授等都曾

性常数。它们的值决定于介质的成分和热力学条件。如果热力学过程是可逆的,则矩阵(A)的元素将以对角线对称,即 $a_{rs}=a_{sr}$ ($r, s=1, 2 \dots 6$), 独立的 a_{ij} 减到21个。在一般情况下,弹性体是各向异性的。

在地球物理中,常常认为介质沿水平方向是均匀的,性质仅在铅直(半径)方向变化。这时,介质对所有垂直于半径入射的波线的反映都是一样的。这种情况叫横向同性或水平向同性。Backus (1962)^[87]证明,即使微观上各向同性,但对波长相当长(例如面波和自由振荡)的波来说地球好象是横向同性的。对体波,因波长较短,自然仍可视各向同性。对横向同性体,弹性常数减到5个(Anderson, 1961, Takeuchi 和 Saito, 1972)^[88, 89], 代替(1)式,应力-应变关系变为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{11} &= A(\epsilon_{11} + \epsilon_{22}) - 2N\epsilon_{22} + F\epsilon_{33}, & \sigma_{23} &= L\epsilon_{23}, \\ \sigma_{22} &= A(\epsilon_{11} + \epsilon_{22}) - 2N\epsilon_{11} + F\epsilon_{33}, & \sigma_{31} &= L\epsilon_{31}, \\ \sigma_{33} &= F(\epsilon_{11} + \epsilon_{22}) + C\epsilon_{33}, & \sigma_{12} &= N\epsilon_{12} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

其中四个常数可分别用水平传播和垂直传播速度表示出来,

$$\left. \begin{aligned} a_H &= \sqrt{A/\rho}, & PH & \text{波速度} \\ \beta_V &= \sqrt{L/\rho}, & SV & \text{波速度} \\ \beta_H &= \sqrt{N/\rho}, & SH & \text{波速度} \\ a_V &= \sqrt{C/\rho}, & PV & \text{波速度} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

F 是中等入射角的波速的函数。Anderson 引入了参数 $\eta = F/(A - 2L)$, 对各向同性固体, $\eta = 1$, 对异性体应在1附近。式中 a 和 β 分别表示纵波与横波速度;脚标中的 V 和 H 分别表垂直或水平传播(对 P 波), 或表示振动矢量沿垂直或水平方向(对 S 波)。

对于各向同性弹性体,独立的系数减到两个,而胡克定律化为:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ii} &= \left(k - \frac{2}{3}\mu\right)\theta + 2\mu\epsilon_{ii} = \lambda\theta + 2\mu\epsilon_{ij}, & (i=1, 2, 3) \\ \sigma_{ij} &= 2\mu\epsilon_{ij}, & (i \neq j) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

相应地,弹性常数与波速有如下关系

$$a = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}, \quad \beta = \sqrt{\mu/\rho} \quad (5)$$

(3)与(5)式相比较得

$$A = C = \lambda + 2\mu, \quad L = N = \mu. \quad (6)$$

另一常数

$$F = \lambda \quad (7)$$

(3)式和(5)式是容易理解的,因为对横向同性体,水平向与垂直向不同性,所以在这两种方向上速度不一;对各向同性体,水平与垂直方向也同性,故速度一样。

令 $p = -\frac{1}{3}(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})$, 此称为流体静压力,由(4)式有

$$p = -k\theta. \quad (8)$$

据弹性力学(见文献 [36], § 9-10), $\theta = \sum \frac{\partial u_i}{\partial x_i}$ (u_i 位移) 是体积的相对变率 $\delta V/V$ 。故 (8) 式表示受压时体积变化与压力之间的关系。比例系数 k 称为容积模量。它与 λ 一样, 反映物质可压缩的程度。

2. 地震体波在各向同性体中的传播速度与介质常数的关系

除在表层的 200 公里或波长较长的波外, 地球体介质可视为各向同性。在这种介质中, 弹性波动方程为

$$\partial_i^2 \mathbf{u} = \alpha^2 \nabla \theta - \beta^2 \nabla \times \nabla \times \mathbf{u} + \nabla U \quad (9)$$

式中 \mathbf{u} 是位移矢量, U 是地球的引力位, 其它符号同前。由 (9) 和胡克定律 (4) 可推得如下关系:

$$\left\{ \begin{aligned} \alpha^2 &= \frac{k + \frac{3}{4}\mu}{\rho} = \frac{\lambda + 2\mu}{\rho} = \frac{3k}{\rho} \cdot \frac{1-\sigma}{1+\sigma} = \frac{2\mu(1-\sigma)}{\rho(1-2\sigma)} = \frac{E}{\rho} \cdot \frac{1-\sigma}{(1+\sigma)(1-2\sigma)}, \\ \beta^2 &= \frac{\mu}{\rho} = \frac{E}{2(1+\sigma)\rho} = \frac{(1-2\sigma)}{2(1-\sigma)} \alpha^2, \\ E &= \frac{\mu}{\lambda + \mu} (3\lambda + 2\mu) = 3k(1-2\sigma) = 2\mu(1+\sigma) = \frac{k}{k/3\mu + 1/9} = 2\beta^2\rho(1+\sigma) \\ &= \rho \frac{3\alpha^2 - 4\beta^2}{(\alpha/\beta)^2 - 1}, \\ \sigma &= \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)} = \frac{1}{2} - \frac{E}{6k} = \frac{1 - (2\mu/3k)}{2 + (2\mu/3k)} = \frac{E}{2\mu} - 1 = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{1}{(\alpha/\beta)^2 - 1} \right], \\ \mu &= \frac{1}{2} \frac{E}{1+\sigma} = \frac{3k(1-2\sigma)}{2(1+\sigma)} = \frac{2}{3}(k - \lambda) = \frac{\lambda(1-2\sigma)}{2\sigma} = \rho\beta^2, \\ k &= \frac{1}{3} \frac{E}{1-2\sigma} = \frac{2\mu(1+\sigma)}{3(1-2\sigma)} = \lambda + \frac{2}{3}\mu = \rho\alpha^2 - \frac{3\mu}{4} = \rho\left(\alpha^2 - \frac{3}{4}\beta^2\right), \\ \lambda &= \frac{\sigma E}{(1+\sigma)(1-2\sigma)} = 3k \frac{\sigma}{1+\sigma} = k - \frac{2}{3}\mu = \frac{2\sigma\mu}{1-2\sigma} = \rho\alpha^2 - 2\mu = \rho(\alpha^2 - 2\beta^2). \\ \phi &= k/\rho = \alpha^2 - \frac{3}{4}\beta^2 \end{aligned} \right. \quad (10)$$

式中 E 为杨氏模量; σ 泊松比, 表示物质拉伸时横向收缩的比率; 其它符号同前, μ 表示剪切刚度; λ 表可压缩的程度。

在 (10) 式中, α 、 β 可通过走时观测决定, ρ 要根据密度分布理论推断, 其它量都可通过 ρ , α , β 三个量表达出来。所以 ρ , α , β 是地球模型的首要参数, 其它是推导参量。

对大部分地幔物质, $\sigma \approx 1/4$, 因此

$$\left\{ \begin{aligned} \mu = \lambda = \frac{2}{5} E = \frac{3}{5} k = \rho\beta^2 = \rho\alpha^2/3, & \quad \alpha^2 = \frac{3\mu}{\rho} = \frac{9k}{5\rho}, \\ E = \frac{3}{2} k = \frac{5}{2} \mu = \frac{5}{2} \rho\beta^2 = \frac{5}{6} \rho\alpha^2, & \quad \beta^2 = \mu/\rho = 3k/5\rho, \\ k = \frac{2}{3} E = \frac{5}{3} \mu = \frac{5}{3} \rho\beta^2 = \frac{5}{9} \rho\alpha^2, & \quad \alpha = 1.73\beta \end{aligned} \right. \quad (11)$$

对液体, μ 很小, E 和 β 同样很小, 故

$$\sigma = \frac{1}{2}, \quad \lambda = k = \rho a^2. \quad (12)$$

3. 阻尼—介质的非弹性性质

地球介质毕竟不是理想弹性体, 波在其中传播时就要受到非弹性(内摩擦)阻尼。设粒子开始时具有弹性能 E , 经 $1/2\pi$ 周(即 1 弧度)后能量减少了 E/Q , 我们用它作为衰减的指标, Q 称为品质因子, 是振动问题的重要参数。在科学上许多振动可视为简正型振动: $a = Ae^{-i\omega t} \cos \omega t$, 或写成复频率形式

$$u = Ae^{i(\omega + i\omega')t} = Ae^{i\omega(1+i\frac{Q}{2})t}, \quad (13)$$

对能量,
$$E \sim a^2 = A^2 e^{i2\omega(1+i\frac{1}{2Q})t}, \quad (14)$$

式中
$$q = Q^{-1} = 2\omega'/\omega. \quad (15)$$

注意 q 是对振幅而言, Q 对能量而言。如果以 κ 表示波数, 则视速度就是

$$(\omega + i\omega')\kappa = v + iv,$$

于是
$$q = Q^{-1} = 2v'/v.$$

对压缩波和剪切波而言便得

$$Q_a^{-1} = 2\alpha'/\alpha, \quad Q_\beta^{-1} = 2\beta'/\beta. \quad (16)$$

对面波和自由振荡, 满足运动方程的位移乃是大量有规律的形状仍如(13)式那样的振动, 不过振幅 A 不但与整个地球的结构有关, 同时也与观测点的位置有关, 它们可用白塞尔函数(柱面坐标)或球谐函数(球坐标)表示出来。就是说, 每个波由一个相应的特征周期和特征函数表示。在有阻尼情况下, 特征频率仍是 $\omega + i\omega'$ 的形式。(13)–(16)仍适用。对面波, 地球内部结构对其相速和频率都会影响, 因此(见文献[39])

$$Q_{\text{面}}^{-1} = \int \left[\left(\frac{\partial \omega}{\partial \alpha} \right)_{\kappa, \rho, \beta} \alpha'(z) + \left(\frac{\partial \omega}{\partial \beta} \right)_{\kappa, \rho, \alpha} \beta'(z) \right] dz$$

$$Q_{\text{面}}^{-1} = \frac{2\omega'}{\omega} = \int \left[\frac{\alpha}{\omega} \left(\frac{\partial \omega}{\partial \alpha} \right)_{\kappa, \rho, \beta} Q_a^{-1} + \frac{\beta}{\omega} \left(\frac{\partial \omega}{\partial \beta} \right)_{\kappa, \rho, \alpha} Q_\beta^{-1}(z) \right] dz \quad (17)$$

或
$$Q_{\text{面}}^{-1} = \int [\alpha \tilde{A} Q_a^{-1} + \beta \tilde{B} Q_\beta^{-1}] dz \quad (18)$$

这实际可解释为 $q_{\text{面}}$ 等于 q_a 与 q_β 沿传播层次的加权平均。

对自由振荡也有类似的表达式(见文献[29])

$$Q_{\text{自}}^{-1} = \int_0^1 r^2 dr (\mu \tilde{M} Q_\mu^{-1} + k \tilde{K} Q_k^{-1}). \quad (19)$$

其中 Q_μ 和 Q_k 分别对各向同性体的剪切能和压缩能的衰减而言。 Q_μ 与我们常说的 Q^{-1} 相当, 而 Q_k 一般比 Q_μ 大得多。对 Q_k 的物理意义和测定可参见 Anderson (1980)^[40]。

上面是对 Q 的常用定义。O'Connell 和 Budianky(1978)^[41] 曾对几种 Q 的不太一致的定义作了比较, 并提出了新的定义, 等效于引进了复模量 $\mu = \mu_1 + i\mu_2$, $Q = \mu_1/\mu_2$ 。或写成 $\mu(\omega) = \mu_0 e^{i\alpha(\omega) + i\beta(\omega)}$, $Q^{-1} = \tan \theta$ 。

关于 Q 值的论文很多, 文献[42—57]既对物理本质作了分析, 又给出了一些 Q 值模型,

如 Anderson 等的 MM8(1965), SL8(1978); Kanamori 的 5.08M(1970); Hart 等的 QM2(1977)。

4. 波长的概念与地震波资料

地震时, 先到达台站的是 P 波, 其次是 S 波 ($\beta \approx \alpha/\sqrt{3}$), 最后是面波 ($v < \beta$)。P 和 S 波又称为压缩波和剪切波, 总称为体波。属体波还有一些复合震相, 如 PcP, ScS, SS, SP, S KKS, SKKP...等(参看[14], P.142, 图9.7)。面波是沿地球表面传播其振幅随其远离表面而迅速衰减的波。不同的面波(主要有 Love 波和 Rayleigh 波两种, 但还有其他)能深入到内部的深度不一样, 波数 κ 越小即波长 $2\pi/\kappa$ 或周期 $2\pi/(\kappa v)$ 越大的波, 影响深度越深。一般地说, 波长为 λ 的波可用来探测 $\lambda/3$ 深处的结构。下表可作参考。

周期 $T = \frac{2\pi}{\kappa v}$ (秒)	1	10	50	100	200	300	400	700
波长 $\lambda = \frac{2\pi}{\kappa}$ (公里)	5	50	250	500	1000	1600	2400	4800
可观测深度(公里)	2	17	83	170	333	533	800	1600

注: 表中取 $v=5$ 公里/秒计算, 有一定误差。

地震时还激发出另一种长周期的振荡, 称为地球自由振荡。目前能够观测的大约是周期为 70 秒至 1 小时左右的约 2000 个振波, 称为简正振型 (normal mode)。为了恢复和分解这些振动, 现已建立了全球性台网 (WWSSN)。从理论上说, 自由振荡可分为球型振荡 (spheroidal mode) 和环型 (toroidal mode) 两大类。它们都能满足运动方程, 其位移可表为

	球型 ${}_n S_l^m$	环型 ${}_n T_l^m$
u_r	${}_n U_l(r) Y_l^m(\theta, \phi) e^{i({}_n \omega_l + l_n \omega_l')t}$	0
u_θ	${}_n V_l(r) \frac{\partial Y_l^m(\theta, \phi)}{\partial \theta} e^{i({}_n \omega_l + l_n \omega_l')t}$	$\frac{{}_n W_l}{\sin \theta} \frac{\partial Y_l^m(\theta, \phi)}{\partial \phi} e^{i({}_n \omega_l + l_n \omega_l')t}$
u_ϕ	$\frac{{}_n V_l(r)}{\sin \theta} \frac{\partial Y_l^m(\theta, \phi)}{\partial \phi} e^{i({}_n \omega_l + l_n \omega_l')t}$	$-{}_n W_l(r) \frac{\partial Y_l^m(\theta, \phi)}{\partial \theta} e^{i({}_n \omega_l + l_n \omega_l')t}$
绕 r 旋转量	$\omega_r = 0$	$\omega_r \neq 0$
容积变化	$\theta \neq 0$	$\theta = 0$

式中 $Y_l^m(\theta, \phi) = P_l^m(\cos \theta) \cos m \phi$; ${}_n \omega_l$ 对球型和环型也不同。 l 只在球谱函数中出现, 称为振波的角(阶)码。 n 只在径向函数中出现, 它的引入是为了表示不同半径的球面上的值的差异, 称为径码。 l 反映沿球面的波长, n 反映沿 r 方向的波长。

体波、面波和自由振荡的波长范围大致如图 1。

习惯上把传统的地震波(体波)称为行波, 而长周期面波和自由振荡称为驻波。关于自由振荡的观测与理论, 请看 Bulland(1981)^[59]的总结(后附文献 170 篇), 关于地震波的传播理论和进展请看 Ben-Menahem 等(1981)^[59]的专著和 Richard(1979)^[60]的述评(后附文献约 300 篇)。体波的特点是其回复力仅为弹力; 而对自由振荡, 除弹性力外还必须考虑重力。地球自转也会引起振荡谱线分裂, 非弹性性质会引起谱线位移和造成色散。

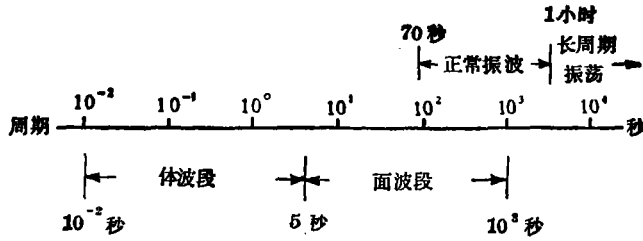


图 1 地震波谱

迄今为止，用于建立地球模型的地震学资料有：

地球质量 M ,	}	这由大地测量给定，是必须满足的条件；
地球的转动惯量 I ,		
地球半径 a ,		
体波资料	{	走时 t ,
		对角距的走时梯度 $\frac{dt}{d\Delta}$,
		走时差，如 $ScS-S$ ， $PcP-P$ ； $SKS-S'$ ， $SKKS-SKS$ ，...等；
面波资料	{	相速，
		群速，
		衰减；
自由振荡资料	{	周期，
		衰减。

5. 地震资料的反演——地球模型的产生

地震图可认为是地球内部结构、震源机制和仪器系统的函数。仪器的性能(如带通宽度，放大率等)是可以掌握的，不成为未知量。靠地震图资料来反推内部结构和反推震源参数是两个典型的同时又互不独立的反演问题。幸好，图中有些信息与地球的内部结构关系密切，而与震源参数关系很弱。利用这些信息就可推算地球的内部结构(反之，用另一些信息来研究震源参数)。

只与地球内部结构有关而与震源机制无关的典型例子是体波走时。这已是五十年代以前赖以构筑地球模型的主要工具。另一些与地球内部结构关系密切的资料有行波的色散，自由振荡的周期以及这两者的衰减。

反演时，先有一个初始地球模型。根据它可算出大量自由振荡的周期，面波相速和群速及体波的走时。将理论值与观测值比较，符者保留，不符者修改。经过多次的反复迭代以致得到和所有资料相符的结果为止。

迄今，由于表面 200 公里的结构复杂，横向同性和水平向不均匀的影响较大，这部分结构还要改正。地核波型的资料尚缺全面或准确，故还存在一些问题。一般说下地幔的结构比较可靠。下一步的发展趋势将是向更可靠的横向同性、非完全弹性的参数化球对称模型前进。横向不均性是否以附表形式给出还不清楚。

三、常见的主要地球模型

为了大家查阅和使用方便, 这里收集了1960年以后的一些主要而又常见的地球模型。一般地说, 越是后来的模型越精炼。1066, UTD124, B497 是 Dziewonski 和 Gilbert 为主的作品, 而B1和C2是Anderson及其合作者的杰作。1977年 IASPEI 委托 Dziewonski 和 Anderson 研制 PREM, 其目的大概是要集中这两组模型系列的优点。

据文献报道, 除球型的基波外, UTD124(A, B) 与资料符合十分好, $B_{1(J-A)}$ 模型的理论自由振荡周期77%在千分之一的误差范围内, 误差大者疑是邻波“污染”。B1能重现走时的主要特征, 与走时差也符合很好, 与未参加计算的面波资料也符合不错。Dziewonski和Gilbert (1972)^[61]指出, 只要令内核剪切速度非零, HB_1 对环型波的拟合就有改善, HB_1 对环型基波符合很好。王(Wang)的模型对环型符合不坏, 但系统差(模型值减观测)偏正, 一般大0.1—0.4%。此模型与这些资料的符合率约为44%, 而 UTD124A和 HB_1 都达83%, B1达78%。Press模型与球型和环型资料都符合很差。

PREM 约用了1000个简正振荡周期, 500个综合性走时资料, 100个简正振波的 Q 值资料。为了与观测一致, 考虑了非弹性的色散改正, 对表层220公里引进了横向同性。总的来说, 此模型是很好的, 但也还有出入之处(见[33])。

由表1中看出, 自由振荡已是当前研究地球模型的最锐利工具。现已有人企图从理论上利用地核的低频波(周期长达10小时), 以期对地核模型作出改正(Crossley 和 Rochester, 1980; Moon, 1982)^[87, 88]。五十和六十年代的工作可看(Gutenberg, 1951; Coulomb and Jobert, 1965; Bolt, 1957, 1964)^[89-92]。Anderson(1979)^[93]的论文有助于我们了解表中最后几个模型的特征。非球状结构的报导见 Minster 等(1982)^[94]。

四、地球模型与章动问题

在结束本文之前简要地说一下地球模型在章动问题中的使用。

1. 弹性地球的位移场

在本文开头所说的各种天文、地球物理问题中, 共同点是求解位移场。步骤有三。i) 确定地球模型, 即密度 ρ , 弹性参数 μ, λ (拉梅常数) 的内部分布。ii) 建立运动方程, 即地球内每点在外力作用下的运动规律(无外力是特殊情况, 此时为自由状态)。iii) 用一定的技巧解运动方程的边值问题。

在较完整的计算中, 运动方程取如下形式(Dahlen, 1972; Wahr, 1981)^[95, 96]

$$\rho \partial_t^2 \mathbf{S} + 2\rho \vec{\Omega} \times \partial_t \mathbf{S} = -\rho \nabla \phi_1^E - \rho \mathbf{S} \cdot \nabla [\nabla(\phi + \psi)] + \nabla \cdot \hat{\mathbf{T}} + \rho \nabla(\phi + \psi) \cdot \{(\nabla \cdot \mathbf{S}) \hat{\mathbf{I}} - (\nabla \mathbf{S})^T\} + \rho \mathbf{f},$$

$$\nabla^2 \phi_1^E = -4\pi G \nabla \cdot (\rho \mathbf{S}),$$

$$\hat{\mathbf{T}} = \lambda(\nabla \cdot \mathbf{S}) \hat{\mathbf{I}} + \mu[\nabla \mathbf{S} + (\nabla \mathbf{S})^T].$$

式中 \mathbf{S} 是所求的位移, \mathbf{f} 是单位质量所受的外力, ϕ 和 ψ 分别为平衡时的引力位和离心力位,

表 1 1960 年以后的主要模型

序号	发表年份	作者	模型名称	文献	所用的主要资料	模型中列出的物理量	备注
1	1964	Birch		[62]	体波, 化学成分	ρ, α, β, p	
2		Clark/Ringwood	I, I	[63]	岩石, 地球化学	$\rho, \alpha, \beta, \phi, k, \mu, \sigma, p, g$	
3	1965	Landisman 等	M1-M4	[64]	体波, 自由振荡	$\rho, \alpha, \beta, g, k, \mu$	只列出M1与M3的表
4	1966	Pekeris	M3(G-LSN)	[65]	自由振荡	ρ, α, β	
5	1967	Anderson	CIT11	[66]	体波, 面波, 自由振荡	ρ, α, β	地幔模型
6		Bullen/Haddon	B ₁ , B ₂	[67]	体波, k-p关系	$\rho, \alpha, \beta, E, \sigma, k, \mu, p, g$	
7	1968	press		[68]	体, 自		只有图示
8		Gilbert/Backus	Q1	[69]	面, 自	ρ, α, β	只有图
9	1969	Derr	DI-11 HT11GS1	[70]	体, 自	$\rho, \alpha, \beta, g, p, \phi, c, k, \mu$	
10		Bullen/Haddon	HB ₁	[71]	体, 自	$\rho, \alpha, \beta, k, \mu, E, \sigma, p, g$	
11	1970	Bullen/Haddon	HB ₂	[72]	体, 自, 其他	ρ, k, μ, p, g	
12		Press	5.08等	[73]	体, 面, 自	$\rho, \alpha, \beta, \phi, \sigma, c$	$C = \phi \ddagger$
13		王 (Wang)		[74]	面, 自	$\rho, \alpha, \beta, p, g, C$	
14		金森	5.08M	[75, 46]	面	ρ, α, β	对5.03修改
15	1971	Dziewonski	UTD124-A, B	[76]	自(长周期)	ρ, α, β	只有图
16	1972	王		[77]	体, 面, 自	ρ, α, β, g	
17		Dziewonski/ Gilbert	UTD124-A', B'	[61]	自	$\rho, \alpha, \beta, \phi, k, \mu, \sigma, p, g$	对 UTD124-A, B修改
18		Pekeris/Acad	(M3)	[78]	自	ρ, α, β	对M3修改
19	1973	Dziewonski Gilbert	B497	[79, 80]	自	ρ, α, β	表在[79]中
20		Dziewonski 等	C198	[79, 80]	自	ρ, α, β	表在[79]中
21		Gilbert/ Dziewonski	508	[81, 84]	自	ρ, α, β	表在[84]中
22	1974	Jordan/ Anderson	B1	[82]	体, 自	$\rho, \alpha, \beta, \phi, k, \mu, \lambda, \sigma, g$	
23	1975	Dziewonski等	PEM-O, C, A	[83]	体, 面, 自	$\rho, \alpha, \beta, \phi, k, \mu, \lambda, \sigma, p, g$	O海洋 C大陆 A平均
24		Gilbert/ Dziewonski	1066-A, B	[84]	自	$\rho, \alpha, \beta, \phi, k, \mu, \lambda, \sigma, p, g$	
25	1976	Anderson/ Hart	C2	[85]	体, 自	$\rho, \alpha, \beta, \phi, k, \mu, \lambda, \sigma, p, g$	
26	1981	Dziewonski/ Anderson	PREM	[80]	体, 面, 自, Q	$\rho, \alpha, \beta, \phi, k, \mu, \sigma, p, g, Q_{\mu}, Q_{\lambda}$	

注: $p_r = \int_0^r \rho dx$, $g_r = 4\pi G \int_0^r \rho x^2 dx / r^2$, ρ 的分布定出后则可求出它们。

\hat{T} 是二阶单位张量, ϕ_1 是 ϕ 的增量, Ω 是地球自转角速度。左边第一项是惯性力, 第二项为自转引进的科里奥利力; 右边 ρf 是单位体积所受的外力, $\nabla \cdot \hat{T}$ 是面力, 其他是形变而产生的附加力。这是一个线性矢量微分方程。解这类方程(包括拉帕拉斯方程, 纳维方程、波动方程

和地磁场方程)的常用办法是前面说明的球谐级数解, 每一个解代表了一个振波, 每个振波由一个特征频率和一个(组)特征函数表示。鉴于这方面的理论冗长暂不介绍。总之, 位移 S (相当前面的 u) 可用简正振波的线性组合表达出来。

2. 章动与形变

章动是日、月引力对地轴运动的一种摄动, 可写成 $N=f(t)(C-A)/C$ 的形式*, 式中 $H=(C-A)/C$ 是由地球本身决定的岁差常数, $f(t)$ 是由扰动体的引力位所决定的许多周期函数的组合。如果地球是刚体, 内部形变为 0, 故 H 是常数, N 仅由扰动函数决定。但若地球是弹性体, 在外力作用下其内部就形变, 因而 $(C-A)/C=(C_0-A_0+\Delta C-\Delta A)/C=(C_0-A_0)/C_0+(\Delta C-\Delta A)/C$ 。就是说, 对一个会变形的地球, 章动由平衡态章动和形变章动两部分组成。当地球模型确定后, C_0 和 A_0 原则上可由惯性矩积分求出, 而 ΔC 和 ΔA 可由形变后的密度增量 ρ_1 ($\equiv \text{div } s$)、质点位移 s 以及变形前的位置矢量 x 和密度 ρ 四者(因交互作用)计算出来。不过, 这种分开求算的办法是不必要的。只要令 $r(x, t)=x+s(x, t)$ 就能一起算出这两部分之和 $(C-A)/C$ 。详细的过程见 Wahr (1981)。

3. 地球模型与章动模型的区别

前面所说的地球模型全是球对称模型(SS)。而章动模型则是椭球状的。应该知道, 使用时, 整个 Clairaut 等密度椭球面的密度等于地球模型中与该椭球体平均半径相对的密度。

Wahr 模型是旋转的、小椭率的、无海洋的、予应力为流体静压力状态的有自重的弹性球。而 Woolard 模型则是一个旋转的、小椭率的、无海洋的、无应力的、不需考虑重力的刚性球。前者对后者的根本改进是考虑了形变。而且因为 Wahr 模型是一个旋转的弹性-引力球, 计算形变时弹力和自引力所起的作用都考虑到了, 特别是随着振波周期的增长, 引力与弹力相比越来越不可忽略。此外, 自转对形变的影响虽小, 但也作了计算。地核动力学中的知识也得到充分运用。这些改进从根本上是很重要的。

限于作者水平, 错误之处, 敬请指正。

参 考 文 献

- BSSA = *Bull. Seismol. Soc. Amer.*
 GJRAS = *Geophys. J. R. Astron. Soc.*
 G Suppl. = *Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl.*
 JGR = *J. Geophys. Res.*
 M. N. = *Mon. Not. R. Astr. Soc.*
 PEPI = *Phys. Earth Planet. Int.*
 Ph. Tr. = *Phil. Trans. R. Soc. Lond.*
 RGSP = *Rev. Geophys. Space. Phys.*
- [1] Jeffreys, H. and Bullen, K. E., Time of transmission of earthquake waves, *Publ. Bur. Center. Seismol. Intern.* A.11 (1935), 1-202.
 [2] Jeffreys, H. and Bullen, K. E., *Seismological tables*, Brit. Ass., Gray-Milne Trust, (1940, 1967), 50.
 [3] Jeffreys, H., The Time of P, S and SKS and the velocities of P and S, *G Suppl.*, 4 (1939a), 498-533.
 [4] Jeffreys, H., The Times of the core waves, *G Suppl.*, 4 (1939b), 548-561, 594-615.

* 有些项只正比于 $(C-A)$ 。

- [5] Gutenberg, B. and Richter, C. F., On Seismic waves., *Beitr. Geophys.*, 43 (1934), 56-133; 45 (1936); 280-360; 47 (1938), 73-131; 54 (1945), 94-136.
- [6] Bullen, K. E., The problem of the earth's density variation., *BSSA*, 30 (1940), 235-250.
- [7] Bullen, K. E., The density variation of the earth's central core, *BSSA*, 32 (1942), 19-29.
- [8] Bullen, K. E., An earth model based on a compressibility-pressure hypothesis, *G. Suppl.*, 6 (1950), 50-59.
- [9] Bullen, K. E., On density and compressibility at pressure up to thirty atmospheres, *G. Suppl.*, 6 (1952), 383-401.
- [10] Bullen, K. E. and Haddon, R. A. W., Earth models based on compressibility theory, *PEPI*, 1 (1967), 1-13.
- [11] Bullen, K. E. and Haddon, R. A. W., Corrections to three earth models, *PEPI*, 1 (1968), 401-402.
- [12] Bullen, K. E. and Haddon, R. A. W., An earth model incorporating free oscillation data, *PEPI*, (1969), 35-49.
- [13] Bullen, K. E. and Haddon, R. A. W., Derivation of an earth model from free earth oscillation data. *Proc. (US) Nat. Acad. Sci, Wash.*, 58 (1967), 846-852.
- [14] Bullen, K. E., The earth's density, Chapman and Hall Ltd., (1975).
- [15] Gutenberg, B., Internal constitution of the earth (2rd. ed.) New York, Dover C., (1951).
- [16] Birch, F. Elasticity and constitution of the earth's interior, *JGR*, 57 (1952), 227-286.
- [17] Birch, F. Composition of the earth's mantle, *GJRS*, 4 (1961), 295-311.
- [18] Birch, F., Some geophysical applications of high-pressure research. in *Solids under Pressure*, 137-162, McGraw-Hill, N. Y. (1963).
- [19] Birch, F., Density and composition of the upper mantle: first approximation as an olivine layer, in *The Earth's Crust and Upper Mantle* (ed. P. J. Hart), 18-36, *Amer. Geophys. Union, Wash.*, (1969).
- [20] Bulland, E. C., The Density within the Earth, *Verh. Geol. Mijnb. Genoot. Ned. Kolon*, 18 (1957), 23-41.
- [21] Benioff, H., Gutenberg, B., Richter, C. F., *Progress Report. Trans. Amer. Geophys. Union*, 35 (1954), 979-987.
- [22] MacDonald, G. J. F. and Ness, N. F., A Study of the free oscillation of the earth, *JGR*, 66 (1961) 1865-1911.
- [23] Ness, N. F., Harrison, J. C. Slichter, L. B., Observation of the free oscillations of the earth, *JGR*, 66 (1961), 621-629.
- [24] Takeuchi, H., Saito, M., Kobayashi, N., Nakagawa, I., Free oscillations of the earth observed on gravimeters, *J. Seismol. Soc. Japn.*, 15 (1962), 122-137.
- [25] Nowroozi, A. A., Eigenvibrations of the earth after the Alaska earthquake, *JGR*, 70 (1965), 5145-56.
- [26] Slichter, L. B., Spherical oscillations of the earth, *GJRS*, 14 (1967), 171-177.
- [27] Pekeris, C. L., Jarosch, H., The oscillations of the earth. in *Contributions in Geophys, in honor of B. Gutenberg*, ed. I. Ingenson, 1 (1958), 171-192, Pergaman.
- [28] Alterman, Z., Jarosch, H. and Pekeris, C. L., Oscillations of the earth, *Proc. R. Soc.*, A252 (1959), 80-
- [29] Dziewonski A. M. and Anderson, D. L., Preliminary reference earth model, *PEPI*, 25 (1981), 297-356
- [30] *PEPI*, 9 (1974), 1-50, 有几篇关于标准地球模型的讨论。
- [31] Khan, M. A., Geodynamical and geodetic consistency test of earth density models, *PEPI*, 28 (1982), 291-301.
- [32] Khan, M. A., Primary parameters for standard earth models, *GJRS*, 72 (1983), 333-336.
- [33] Y. Fukao and Kobayashi, M., Phase and group velocities and Q of mantle love and Rayleigh waves of first two modes and their azimuthal dependences for the 1963 Kurile Islands earthquake, *PEPI*, 32 (1983), 4-35.
- [34] Anderson, D. L., Structure of the mantle, *RGSP*, 13 (1975), 300-302.

- [35] Dziewonski, A. M., Elastic and anelastic structure of the earth, *RGSP*, 17 (1979), 303—312.
- [36] Love, A. E. H., *A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity*, 4th. ed., (1927), Cambridge Univ. Press, Cambridge.
- [37] Backus, G., Long-wave elastic anisotropy produced by horizontal layering, *JGR*, 67 (1962), 4427—4440.
- [38] Anderson, D. L., Elastic wave propagation in layered anisotropic media *JGR*, 66 (1961), 2953—2963
- [39] Takeuchi, H. and Saito, M., Seismic surface waves in methods in computational physics, Academic Press. N. Y. 11 (1972), 217—295.
- [40] Anderson, D. L., Bulk attenuation in the earth and viscosity of the core, *Nature*, 285 (1980), 240—207.
- [41] O'Connell, R. J. and Budiansky, B., Measure of dissipation in viscoelastic media, *Geophys. Res. Lett.*, 5 (1978), 5—8.
- [42] Knopoff, L. O. Q, *RGSP*, 2 (1964), 625.
- [43] Ben-Menahem, A., Observed attenuation and Q values of seismic surface waves in the upper mantle, *JGR*, 70 (1965), 4641—4651.
- [44] Anderson, D. L., Ben-Menahem, A and Archambeau, C. B., Attenuation of seismic energy in the upper mantle, *JGR*, 70 (1965), 1441—1448.
- [45] Jackson, D. D. and Anderson, D. L. Physical mechanism of seismic wave attenuation, *RGSP*, 8 (1970), 1—63.
- [46] Kanamori, H. Velocity and Q of mantle waves, *PEPI*, 2 (1970), 259—275.
- [47] Liu, H. P. and Kanamori H., Velocity dispersion due to anelasticity: Implications for seismology and mantle composition, *GJRS*, 47 (1976), 41—
- [48] Hart, R. S., Anderson, D. L. and Kanamori, H., The effect of attenuation on gross earth model, *JGR*, 82 (1977), 1647
- [49] Kanamori, H and Anderson, L., Importance of physical dispersion in surface wave and free oscillation problem: Rev., *RGSP*, 15 (1977), 105—112.
- [50] Anderson, D. L. and Hart, R. S., Attenuation models of the earth, *PEPI*, 16 (1978), 289—306.
- [51] Anderson, D. L. and Hart, R. S., Q of the earth, *JGR*, 83 (1978), 5869—5882.
- [52] Anderson, D. L. and Minster, J. B., The frequency dependence of Q in the earth and implications for mantle rheology and Chandler wobble, *GJRS*, 58 (1979), 431—440.
- [53] Minster, J. B. and Anderson, D. L., A model of dislocation-controlled rheology for the mantle. *Ph. Tr.*, 299 (1981), 319—356.
- [54] Minster, J. B. and Anderson, D. L., Dislocations and nonelastic processes in mantle *JGR*, 85 (B11) (1980), 6347—6352.
- [55] Ben-Menahem, A, A new derivation of ratio Q (wobble)/ Q_{μ} (mantle), *GJRS*, 70 (1982), 535—537.
- [56] T. J. Shankland, O'Connell, R. J. and Waft, H. S., Geophysical constraints on partial melt in the upper mantle, *RGSP*, 19 (1981), 394—406.
- [57] Brennan, B. J. and Smylie, D. E., Linear viscoelasticity and dispersion in wave propagation: Review, *RGSP*, 19 (1981), 233—246.
- [58] Bulland, R., Free oscillations of the earth, *Ann. Rev. Earth Planet. Sci.*, 9 (1981), 385—413.
- [59] Ben-Menahem, A. and Singh, S. J., *Seismic waves and sources*, New York, Springer-Verlag, (1981).
- [60] Richard, P. G., Theoretical seismic wave propagation, *RGSP*, 17 (1979), 312—328.
- [61] Dziewonski, A. M. and Gilbert, F., Observations of normal modes from 84 recordings of the Alaska earthquake of 1964 March 28, *GJRS*, 27 (1972), 393—446.
- [62] Birch, F., Density and composition of mantle and core, *JGR*, 69 (1964), 4377—4388.
- [63] Clark, S. P. Jr. and Ringwood, A. E., Density distribution and constitution of the mantle, *RGSP* 2 (1964), 35—88.
- [64] Landisman, M. Satô, Y. and Nafe, T., Free vibrations of the earth and the properties of its deep interior regions. part 1: density, *GJRS*, 9 (1965), 439—502.
- [65] Pekeris, C. L., The internal constitution of the earth, *GJRS*, 11 (1966), 85—132.

- [66] Anderson, D. L., Latest information from seismic observations, in *The Earth's Mantle*, 355—420, T. F. Gaskill ed., Academic Pr. (1967), London and New York.
- [67] 见 [10].
- [68] Press, F., Earth models obtained by Monte Carlo inverse, *JGR*, 73 (1968), 5223—34.
- [69] Gilbert, F. and Backus, G., Approximate solutions to the inverse normal mode problem, *BSSA*, 58 (1968), 103—131.
- [70] Derr, J. S., Internal structure of the earth inferred from free oscillations, *JGR*, 74 (1969), 5202—5220.
- [71] Bullen, K. E. and Haddon, R. A. W. (1969), 见 [12].
- [72] Bullen, K. E. and Haddon, R. A. W., Evidence from seismology and related sources on the earth's present internal structure, *PEPI*, 2 (1970), 342—349.
- [73] Press, F., Earth models consistent with geophysical data, *PEPI*, 3 (1970), 3—22.
- [74] Wang, C., Density and constitution of the mantle, *JGR*, 75 (1970), 3264—3284.
- [75] Kanamori, H and Press, F., How thick is the lithosphere? *Nature*, 226 (1970), 330—331.
- [76] Dziewonski, A. M., Overtones of free oscillations and the structure of the earth's Interior, *Science* 172 (1971), 1336—1338.
- [77] Wang, C., A Simple earth model, *JGR*, 77, (1972), 8318—4329.
- [78] Pekeris, C. L. and Acad, Y., Dynamics of the liquid core of the earth. *Ph. Tr.*, 273 (1972), 237
- [79] Dziewonski, A. M and Gilbert, F., Observations of normal modes from 84 recordings of the Alaska earthquake of 1964 March 28-II. *GJRS*, 35 (1973), 401—437.
- [80] Gilbert, F., Dziewonski, A. M. and Brune, J., An informative solutions to a seismological inverse problem, *Proc. Nat. Acad. Sci.* 70 (1973), 1410—1413.
- [81] Gilbert, F and Dziewonski, A. M., *EOS, Trans Am. Geophys. Union*, 54 (1973), 374.
- [82] Jordan, T. H. and Anderson. D. L., Earth structure from oscillations and travel times, *GJRS*, 36 (1974), 411—459.
- [83] Dziewonski, A. M., Hales, A. L. and Lapwood, E. R., Parametrically simple earth models consistent with geophysical data, *PEPI*, 10 (1975), 12—48.
- [84] Gilbert, F. and Dziewonski, A. M., An application of normal mode theory to the retrieval of structure parameters and source mechanisms from seismic spectra, *Ph. Tr.* A278 (1975), 187—269.
- [85] Anderson, D. L. and Hart, R. S., An Earth model based on free oscillation and body waves, *JGR* 81 (1976), 1461—1475.
- [86] Dziewonski, A. M. and Anderson, D. L., (1981), 见 [29].
- [87] Crossley, D. J. and Rochester, M. G., Simple core undertone, *GJRS*, 60 (1980), 129—161.
- [88] Moon, W., Variational solution of long-period oscillations of the earth, *GJRS*, 69 (1982), 431—458.
- [89] Gutenberg, B., (1951), 见 [15].
- [90] Coulomb, J. and Jobert, G., The physical constitution of the earth, Oliver and Boyd, (1965).
- [91] Bolt, B. A., Earth model with continuous density distribution, *G. Suppl.* 7 (1957), 360—372.
- [92] Bolt, B. A. Recent information on the earth's interior from studies of mantle waves and eigen vibrations, in *Phys. and Chem. of the Earth*, 5 (1963), 55—69.
- [93] Anderson, D. L., Composition of the mantle and core, *Ann. Rev. earth planet. Sci.*, 5 (1977), 179—202.
- [94] Minster, G., Jordan, T. H., Silver, P. G., Gilbert, F., A spherical earth structure from fundamental spheroid-mode data, *Nature*. 298 (1982), 609—613.
- [95] Dahlen, F. A., Elastic dislocation theory for a self-gravitating elastic configuration with an initial static stress field, *GJRS*, 28 (1972), 357—383.
- [96] Wahr, J. M., (I) A normal mode expansion for the forced response of a rotating earth, *GJRS*, 64 (1981), 651—675; (II) The forced nutation of an elliptical rotating, elastic and oceanless earth, *GJRS*, 64 (1981), 705—727.

A Review on Structure of Earth's Interior

Zhang Huan-zhi

(Beijing Observatory, Academia Sinica)

Abstract

A review of elemental concept and new results on structure of Earth's interior is given in this paper. The specialized geophysical knowledge that is well beyond the scope of astronomy has been cut down, but some of these references which look to be important are the summation of the relative field, are collected here.